

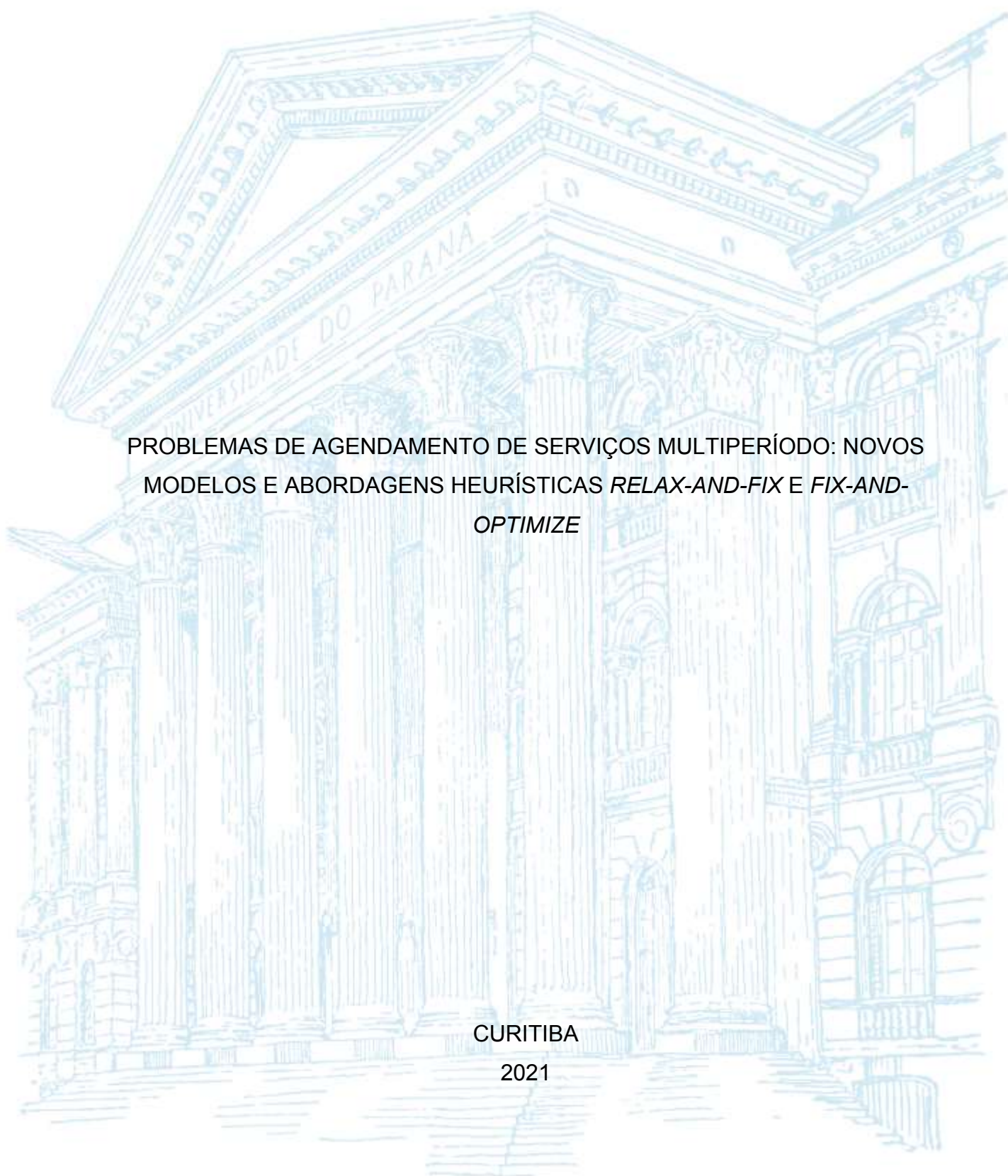
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JAILSON DOMINGOS DE OLIVEIRA

PROBLEMAS DE AGENDAMENTO DE SERVIÇOS MULTIPERÍODO: NOVOS  
MODELOS E ABORDAGENS HEURÍSTICAS *RELAX-AND-FIX* E *FIX-AND-  
OPTIMIZE*

CURITIBA

2021



JAILSON DOMINGOS DE OLIVEIRA

PROBLEMAS DE AGENDAMENTO DE SERVIÇOS MULTIPERÍODO: NOVOS  
MODELOS E ABORDAGENS HEURÍSTICAS *RELAX-AND-FIX* E *FIX-AND-  
OPTIMIZE*

Tese apresentada ao curso de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Métodos Numéricos em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Cassius Tadeu Scarpin

CURITIBA  
2021

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR  
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

O48p Oliveira, Jailson Domingos de  
Problemas de agendamento de serviços multiperíodo [recurso eletrônico] : novos modelos e abordagens heurísticas relax-and-fix e fix-andoptimize / Jailson Domingos de Oliveira. – Curitiba, 2021.

Tese - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, 2021.

Orientador: Cassius Tadeu Scarpin.

1. Heurística. 2. Prestação de serviços. I. Universidade Federal do Paraná. II. Scarpin, Cassius Tadeu. III. Título.

CDD: 362.17

Bibliotecária: Vanusa Maciel CRB- 9/1928



## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **JAILSON DOMINGOS DE OLIVEIRA** intitulada: **Problemas de agendamento de serviços multiperíodo: novos modelos e abordagens heurísticas relax-and-fix e fix-and-optimize**, sob orientação do Prof. Dr. CASSIUS TADEU SCARPIN, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 07 de Junho de 2021.

Assinatura Eletrônica  
07/06/2021 17:52:20.0  
CASSIUS TADEU SCARPIN  
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica  
07/06/2021 19:13:55.0  
THIAGO ANDRÉ GUIMARÃES  
Avaliador Externo (INSTITUTO FEDERAL DE EDUC., CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica  
11/06/2021 10:37:24.0  
ROBERTO ZANETTI FREIRE  
Avaliador Externo (PONTIFICA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO  
PARANÁ)

Assinatura Eletrônica  
08/06/2021 08:09:58.0  
LEANDRO MAGATÃO  
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO  
PARANÁ)

---

Dedico este trabalho a todos aqueles que de alguma forma estiveram e estão próximos de mim. Em especial minha mãe Reni J. Domingos de Oliveira, minha irmã Regiane Schneider e meu companheiro William Ferreira.

## **AGRADECIMENTOS**

A presente tese de doutorado só foi possível devido ao apoio que recebi de várias pessoas, quero deixar aqui meus agradecimentos:

Primeiramente agradeço a Deus por todas as oportunidades recebidas. Agradeço a minha mãe Reni por toda dedicação e esforços que fez com que eu me tornasse uma pessoa melhor.

Agradeço a minha irmã Regiane por todo carinho, cuidado e incentivo. Sem você eu não teria chegado tão longe.

Agradeço meu companheiro de jornada, William, que me apoiou incondicionalmente ao longo dos últimos onze anos, período de especialização, mestrado e doutorado. Obrigado por todo o tempo, cuidado e carinho dedicados a mim.

Ao meu orientador Prof. Dr. Cassius Tadeu Scarpin pelas orientações, paciência, amizade e confiança depositada durante esses seis anos, período de produção da minha pesquisa de mestrado e doutorado.

A todos os membros professores, doutorandos, mestrandos e bolsistas do Grupo de Tecnologia Aplicada à Otimização (GTAO) pela amizade, troca de experiências e constante apoio. Agradeço também a todos os amigos externos a universidade, por todos os momentos que vivemos e apoio.

Estendo meus agradecimentos aos professores e funcionários das duas instituições que fizeram e fazem parte da minha vida acadêmica e profissional Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO) e Universidade Federal do Paraná (UFPR). Ambas universidades públicas, que são centros de disseminação, compartilhamento e transmissão de conhecimento, de forma científica e tecnológica. Obrigado pela prontidão, oportunidades e ensinamentos.

Meus sinceros agradecimentos a todos que colaboraram de algum modo, sejam de forma direta ou indireta, para o desenvolvimento dessa tese.

“Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota”.

(Madre Teresa de Calcuta)

## RESUMO

Problemas de Agendamento de Serviços Multiperíodo (PASM) são uma classe de problemas que surgem como componentes de aplicações, como por exemplo o agendamento de entregas, agendamento de manutenção e serviços de instalação e manutenção de equipamentos de telecomunicação. Nessa classe de problemas, um conjunto de clientes possui um número finito de demandas periódicas a serem atendidos dentro de um horizonte de planejamento. O objetivo é determinar para cada cliente uma agenda ótima de atendimento. Deve-se garantir que todas as demandas dos clientes sejam satisfeitas e o número total de operadores utilizados ao longo do horizonte de tempo seja mínimo. Nesse trabalho são propostas novas formulações que generalizam os PASM já descritos na literatura, inserindo nos modelos restrições baseadas em aplicações reais e complexas. Essas novas formulações foram denominadas Problemas de Agendamento de Múltiplos Serviços Multiperíodo (PAMSM). Aplicações para o PAMSM surgem no contexto de empresas prestadoras de serviços, em problemas de agendamento de múltiplas consultas em hospitais, agendamento de vários processadores, agendamento de serviços de atendimento social, entre outras. O agendamento de vários serviços é mais complexo em comparação ao agendamento de um único serviço, uma vez que a resolução de um PAMSM equivale a resolução de múltiplos PASM. Resolver de forma exata problemas que envolvam restrições operacionais que limitam a capacidade de atendimento, como os descritos, é uma tarefa complexa e difícil. Em virtude dessa dificuldade na obtenção de soluções, para os modelos PAMSM, foram propostos métodos heurísticos. Especificamente abordou-se as heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*. Ambas as heurísticas são métodos de decomposição do problema em subproblemas menores e mais fáceis de serem resolvidos com os mesmos recursos computacionais iniciais. Os resultados alcançados a partir de testes computacionais mostraram-se competitivos quando comparados com resultados obtidos com o uso de *software* comercial, conseguindo superar o *solver* em alguns conjuntos de instâncias. Pode-se concluir que o problema e os modelos matemáticos de Programação Linear Inteira e a abordagem de solução propostas contribuíram na evolução da pesquisa relacionada a Problemas de Agendamento de Serviços.

Palavras-chave: Agendamento. Problemas Multiperíodo. Problemas Multiserviço. Heurística. *Relax-and-Fix*. *Fix-and-Optimize*.



## ABSTRACT

Multi-Period Service Scheduling Problems (MPSSP) are a class of problems that arise as components of applications, such as delivery scheduling, maintenance scheduling, telecom equipment installation, and maintenance services. In this class of problems, a set of customers has a finite number of periodic demands to be satisfied within a planning horizon. The objective is to determine for each customer an optimal service schedule. It must be ensured that all customer demands are met and the total number of operators used over the time horizon is minimal. In this paper, new formulations are proposed that generalize the MPSSP, already described in the literature, inserting constraints based on real and complex applications into the models. These new formulations have been called Multi-Period Multi-Service Scheduling Problems (MPMSSP). Applications for MPMSSP arise in the context of service provider companies, in problems of scheduling multiple hospital appointments, scheduling multiple processors, scheduling social care services, *inter alia*. Scheduling multiple services is more complex compared to scheduling a single service, since resolving one MPMSSP is equivalent to resolving multiple MPSSP. Accurately solving problems involving operational constraints that limit service capacity, such as those described, is a complex and difficult task. Due to the difficulty in obtaining solutions, for MPMSSP models, the relax-and-fix and fix-and-optimize heuristic methods have been addressed. Both heuristics are methods of decomposing the problem into smaller subproblems that are easier to solve with the same initial computational resources. The results achieved with the computational tests are competitive when compared to results obtained using a commercial solver, outperforming the solver in some sets of instances. It is concluded that the proposed Integer Linear Programming problem and mathematical models and the solution approach have contributed to the evolution of research related to Service Scheduling Problems.

Key-words: Scheduling. Multi-Period Problems. Multi-Service Problems. Heuristics. Relax-and-Fix. Fix-and-Optimize.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - CENÁRIOS PARA PROBLEMAS DE SERVIÇOS PERIÓDICOS .....	25
FIGURA 2 - CLASSIFICAÇÃO DOS POSSÍVEIS TIPOS DE FREQUÊNCIAS.....	26
FIGURA 3 - CLASSIFICAÇÃO DA DEMANDA PARA PROBLEMAS DE SERVIÇO RECORRENTES.....	29
FIGURA 4 - SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA COM POLÍTICA SERVIÇOS PERIÓDICO .....	32
FIGURA 5 - SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA COM POLÍTICA SERVIÇOS APERIÓDICO.....	33
FIGURA 6 - SOLUÇÃO SA $\beta = 0,1$ .....	34
FIGURA 7 - SOLUÇÃO SA $\beta = 0,5$ .....	35
FIGURA 8 - SOLUÇÃO SA $\beta = 0,9$ .....	35
FIGURA 9 - ESTRATÉGIA R&F-F: 1º ITERAÇÃO .....	68
FIGURA 10 - ESTRATÉGIA R&F-F: 2º ITERAÇÃO .....	68
FIGURA 11 - ESTRATÉGIA R&F-O: 1º ITERAÇÃO .....	69
FIGURA 12 - EATRATÉGIA R&F-O: 2º ITERAÇÃO .....	70
FIGURA 13 - ESTRATÉGIA R&F-O2: 1º ITERAÇÃO .....	71
FIGURA 14 - ESTRATÉGIA R&F-O2: 2º ITERAÇÃO .....	71
FIGURA 15 - ESTRATÉGIA R&F-OF: 1º ITERAÇÃO .....	72
FIGURA 16 - ESTRATÉGIA R&F-OF: 2º ITERAÇÃO .....	73
FIGURA 17 - ESTRATÉGIA R&F-OO: 1º ITERAÇÃO .....	74
FIGURA 18 - ESTRATÉGIA R&F-OO: 2º ITERAÇÃO .....	74
FIGURA 19 - ESTRATÉGIA R&F-OO2: 1º ITERAÇÃO .....	75
FIGURA 20 - ESTRATÉGIA R&F-OO2: 2º ITERAÇÃO .....	75
FIGURA 21 - ESTRATÉGIA F&O-CF: 1º ITERAÇÃO .....	77
FIGURA 22 - ESTRATÉGIA F&O-FC: 2º ITERAÇÃO .....	77
FIGURA 23 - ESTRATÉGIA F&O-CO .....	78
FIGURA 24 - ESTRATÉGIA F&O-OC2 .....	78
FIGURA 25 - ESTRATÉGIA F&O-A: 1º ITERAÇÃO .....	79
FIGURA 26 - ESTRATÉGIA F&O-A: 2º ITERAÇÃO .....	79
FIGURA 27 - ESTRATÉGIA F&O-CA: 1º ITERAÇÃO .....	80
FIGURA 28 - ESTRATÉGIA F&O-CA: 2º ITERAÇÃO .....	81
FIGURA 29 - DIAGRAMA DE EXECUÇÃO.....	82

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 - NÚMERO DE VARIÁVEIS MODELOS P-PAMSM.....	55
GRÁFICO 2 - COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO ENTRE OS MODELOS COM POLÍTICA DE SERVIÇO PERIÓDICO .....	89
GRÁFICO 3 - PERFIL DESEMPENHO $Z$ PARA OS MODELOS P-PAMSM E P- PAMSMC .....	89
GRÁFICO 4 - COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO ENTRE OS MODELOS COM POLÍTICA APERIÓDICA DE SERVIÇO .....	93
GRÁFICO 5 - PERFIL DESEMPENHO $Z$ PARA OS MODELOS A-PAMSM E A- PAMSMC .....	93
GRÁFICO 6 - INFLUÊNCIA DO PARÂMETRO $\beta$ .....	94
GRÁFICO 7 - ANÁLISE DO PARÂMETRO $\beta$ MODELO A-PAMSM .....	95
GRÁFICO 8 - ANÁLISE DO PARÂMETRO $\beta$ MODELO A-PAMSM <sub>c</sub> .....	96
GRÁFICO 9 - PERFIL DE DESEMPENHO $Z$ PARA AS ESTRATÉGIAS R&F .....	100
GRÁFICO 10 - PERFIL DE DESEMPENHO $T$ PARA AS ESTRATÉGIAS R&F .....	101
GRÁFICO 11 - PERFIL DE DESEMPENHO $Z$ PARA A HEURÍSTICA F&O .....	103
GRÁFICO 12 - PERFIL DE DESEMPENHO $Z$ PARA AS ESTRATÉGIAS R&F .....	106
GRÁFICO 13 - PERFIL DE DESEMPENHO $T$ PARA AS ESTRATÉGIAS R&F .....	106
GRÁFICO 14 - PERFIL DE DESEMPENHO $Z$ PARA A HEURÍSTICA R&F-F E F&O .....	108
GRÁFICO 15 - PERFIL DE DESEMPENHO $Z$ PARA A HEURÍSTICA R&F-OO2 E F&O .....	109
GRÁFICO 16 - PERFIL DE DESEMPENHO $Z$ PARA A HEURÍSTICA R&F .....	113
GRÁFICO 17 - PERFIL DE DESEMPENHO $T$ PARA AS ESTRATÉGIAS R&F .....	113
GRÁFICO 18 - PERFIL DE DESEMPENHO $Z$ PARA A HEURÍSTICA F&O .....	116
GRÁFICO 19 - PERFIL DE DESEMPENHO $Z$ PARA A HEURÍSTICA R&F .....	119
GRÁFICO 20 - PERFIL DE DESEMPENHO $T$ PARA A HEURÍSTICA R&F .....	120
GRÁFICO 21 - PERFIL DE DESEMPENHO $Z$ PARA A HEURÍSTICA R&F-F E F&O .....	123
GRÁFICO 22 - PERFIL DE DESEMPENHO $Z$ PARA A HEURÍSTICA R&F-OO2 E F&O .....	124

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - NÚMERO DE VARIÁVEIS E RESTRIÇÕES .....	43
TABELA 2 - COMPARAÇÃO MODELOS P-PASM E P-PAMSM .....	84
TABELA 3 - COMPARAÇÃO MODELOS A-PASM E A-PAMSM .....	85
TABELA 4 - COMPARAÇÃO MODELOS P-PAMSM E P-PAMSMC .....	87
TABELA 5 - COMPARAÇÃO MODELOS A-AMSM E A-PAMSMC .....	91
TABELA 6 - RESUMO PARÂMETRO $\beta$ .....	96
TABELA 7 - RESULTADOS OBTIDOS APÓS A APLICAÇÃO DAS HEURÍSTICAS R&F MODELO P-PAMSM .....	99
TABELA 8 - RESULTADOS OBTIDOS COM APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS F&O NA ESTRATÉGIA R&F-F .....	102
TABELA 9 - RESULTADOS OBTIDOS APÓS A APLICAÇÃO DAS HEURÍSTICAS R&F MODELO P-PAMSMC .....	105
TABELA 10 - RESULTADOS OBTIDOS COM APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS F&O NA ESTRATÉGIA R&F-F E R&F-OO2.....	107
TABELA 11 - RESULTADOS OBTIDOS APÓS A APLICAÇÃO DAS HEURÍSTICAS R&F NO MODELO A-PAMSM.....	110
TABELA 12 - RESULTADOS OBTIDOS COM A APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS F&O NA ESTRATÉGIA R&F-F.....	114
TABELA 13 - RESULTADOS OBTIDOS APÓS A APLICAÇÃO DAS HEURÍSTICAS R&F NO MODELO A-PAMSM <sub>c</sub> .....	117
TABELA 14 - RESULTADOS OBTIDOS COM APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS F&O NA ESTRATÉGIA R&F-F E R&F-OO2.....	121

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - CARACTERÍSTICAS PARA OS MODELOS SP E SPC .....	43
QUADRO 2 - ALGORITMO CLÁSSICO RELAX-AND-FIX.....	63
QUADRO 3 - ALGORITMO CLÁSSICO FIX-AND-OPTIMIZE.....	66
QUADRO 4 - RESUMO ESTRATÉGIAS R&F E F&O .....	97

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A-PASM - Problema de Agendamento de Serviços Multiperíodo política aperiódica  
A-PAMSM - Problema de Agendamento de Múltiplos Serviços MultiPeríodo política aperiódica  
B&B - *Brach-and-Bound*  
B&P - *Branch-and-Price*  
F&O - *Fix-and-Optimize*  
F&O-A - *Fix-and-Optimize Activites*  
F&O-CA - *Fix-and-Optimize Class Activites*  
F&O-FC - *Fix-and-Optimize Customers Forward*  
F&O-OC - *Fix-and-Optimize Customers Overlapping*  
F&O-OC2 - *Fix-and-Optimize Customers Overlapping 2*  
FIS - *Fixed Interval Scheduling*  
GH - *Greedy Heuristic*  
IRP - *Inventory-Routing Problem*  
MIP - Problema Inteiro Misto  
MMSSP - *Multi-Period Multi-Service Scheduling Problem*  
MPISP - *Multi-Period Inspector Scheduling Problem*  
MPSTDP - *Multi-Period Service Territory Design Problem*  
MSSP - *Multi-period Service Scheduling Problem*  
PAMSM - Problema de Agendamento de Múltiplos Serviços Multiperíodo  
PARWRP - *Periodic Arc Routing with Refill Points*  
PASM - Problemas de Agendamento de Serviços Multiperíodo  
PCARP - *Periodic Capacitated Arc Routing Problem* – PCARP  
P-PASM - Problema de Agendamento de Serviços Multiperíodo política periódica  
P-PAMSM - Problema de Agendamento de Múltiplos Serviços Multiperíodo política periódica  
PVRP - *Periodic Vehicle Routing Problem*  
R&F - *Relax-and-Fix*  
R&F-F - *Relax-and-Fix Forward*  
R&F-O - *Relax-and-Fix Overlapping*  
R&F-O2 - *Relax-and-Fix Overlapping 2*  
R&F-FO - *Relax-and-fix Operators Forward*

R&F-OO - *Relax-and-Fix Operators Overlapping*

R&F-OO2 - *Relax-and-Fix Operators Overlapping 2*

SA - Serviço Aperiódico

SP - Serviço Periódico

WEE - *European Directive on Waste of Electrical and Electronic Equipment*

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
1.1	OBJETIVOS .....	20
1.1.1	Objetivo Geral.....	20
1.1.2	Objetivos Específicos .....	20
1.2	CONTRIBUIÇÕES E LIMITAÇÕES.....	21
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	22
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>23</b>
2.1	PROBLEMAS DE AGENDAMENTO DE SERVIÇOS RECORRENTES.....	23
2.2	PROBLEMAS DE AGENDAMENTO DE SERVIÇOS MULTIPERÍODO – PASM .....	30
2.3	TRABALHOS CORRELATOS E APLICAÇÕES .....	36
2.4	MODELOS JÁ PROPOSTOS.....	40
2.4.1	Modelos com política de serviço periódico - SP .....	40
2.4.2	Modelos com política de serviço aperiódico – SA.....	44
<b>3</b>	<b>PROBLEMA DE AGENDAMENTO DE MÚLTIPLOS SERVIÇOS MULTIPERÍODO - PAMSM.....</b>	<b>49</b>
3.1	MODELOS PROPOSTOS PARA O PAMSM .....	50
3.1.1	PAMSM com Política de Serviços Periódicos - P-PAMSM.....	51
3.1.2	PAMSM com Política de Serviços Aperiódicos - A-PAMSM.....	56
<b>4</b>	<b>ABORDAGEM DE SOLUÇÃO.....</b>	<b>61</b>
4.1	HEURÍSTICA <i>RELAX-AND-FIX</i> .....	61
4.2	HEURÍSTICA <i>FIX-AND-OPTIMIZE</i> .....	64
4.3	ESTRATÉGIAS DE DECOMPOSIÇÃO PARA HEURÍSTICA <i>RELAX-AND-FIX</i> .....	66
4.3.1	Decomposição por Período .....	66
4.3.1.1	Estratégia <i>Relax-and-Fix Forward</i> - R&F-F .....	67
4.3.1.2	Estratégia <i>Relax-and-Fix Overlapping</i> – R&F- O .....	69
4.3.1.3	Estratégia <i>Relax-and-Fix Overlapping 2</i> – R&F-O2 .....	70
4.3.2	Decomposição por Operador.....	71
4.3.2.1	Estratégia <i>Relax-and-fix Operators Forward</i> – R&F-OF .....	72
4.3.2.2	Estratégia <i>Relax-and-Fix Operators Overlapping</i> – R&F-OO.....	73
4.3.2.3	Estratégia <i>Relax-and-Fix Operators Overlapping 2</i> – R&F-OO2.....	74



4.4	ESTRATÉGIAS DE DECOMPOSIÇÃO PARA HEURÍSTICA FIX-AND-OPTIMIZE.....	75
4.4.1	Decomposição por Clientes.....	76
4.4.1.1	Estratégia <i>Fix-and-Optimize Customers Forward</i> – F&O-CF .....	76
4.4.1.2	Estratégia <i>Fix-and-Optimize Customers Overlapping</i> – F&O-CO ...	77
4.4.1.3	Estratégia <i>Fix-and-Optimize Customers Overlapping 2</i> – F&O-CO2	78
4.4.2	Estratégia Fix-and-Optimize Activites – F&O-A .....	78
4.4.3	Estratégia Fix-and-Optimize Class Activites – F&O-CA.....	80
<b>5</b>	<b>RESULTADOS COMPUTACIONAIS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>82</b>
5.1	COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS EXATOS .....	83
5.2	COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS PROPOSTOS .....	86
5.2.1	Comparação Entre as Formulações P-PAMSM e P-PAMSM <sub>c</sub> .....	87
5.2.2	Comparação Entre as Formulações A-PAMSM e A-PAMSM <sub>c</sub> .....	90
5.2.3	Análise do parâmetro $\beta$ .....	94
5.3	ESTRATÉGIAS RELAX-AND-FIX E FIX-AND-OPTIMIZE.....	97
5.3.1	Estratégias R&F e F&O aplicadas no modelo P-PAMSM.....	97
5.3.2	Estratégias R&F e F&O aplicadas no modelo P-PAMSM <sub>c</sub> .....	103
5.3.3	Estratégias R&F e F&O aplicadas no modelo A-PAMSM.....	109
5.3.4	Estratégias R&F e F&O aplicadas no modelo A-PAMSM <sub>c</sub> .....	116
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>125</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>129</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os avanços tecnológicos, crescimento da oferta e demanda de serviços juntamente com as exigências do mercado durante as últimas décadas têm ocasionado um aumento na competitividade entre as empresas pelo mercado. O que provoca uma preocupação constante das empresas em melhorar não somente seu processo produtivo, mas também o processo de gerenciamento, responsável por administrar as demandas dos clientes e também os recursos disponíveis. Kolen *et al.* (2007) destacam que ocorreu uma transição nos últimos decênios da logística orientada a recursos para a logística orientada à demanda, que foi ocasionada pelo aumento da concorrência e pela necessidade de aperfeiçoar o atendimento aos clientes. Neste contexto, os problemas de agendamento de serviços desempenham um papel importante na maioria dos sistemas de produção, em ambientes de processamento de informações, sistemas administrativos e sistemas de transportes (PINEDO, 2012).

Problemas de agendamento são aqueles em que uma dada quantidade de recursos é alocada ao longo do tempo para a execução de um conjunto de tarefas concorrentes (MACCARTHY; LIU, 1993; TRIETSCH, 2009). Em um problema de agendamento, os recursos podem ser relacionados a máquinas, operários, carros de coletas, técnicos de manutenção e outros, que são solicitados para a execução das atividades concorrentes. Estas, por sua vez, podem assumir diferentes formas, por exemplo, operações em uma linha de montagem, etapas em uma construção, posto de recolhimento de resíduos ou reabastecimento de produtos, manutenção em estruturas e/ou equipamentos, entre outras atividades similares. Assim, o objetivo ao resolver o problema de agendamento consiste em determinar um cronograma de execução/atendimento das atividades que minimize os custos totais. Problemas de agendamento surgem em diversas áreas, desde o agendamento de manutenção até sistemas de transmissões, como pode ser visto em Kolen e Kroon (1991; 1993; 1994), Hua e Sheu (2000), Bar-Noy e Lader (2003) e Bar-Noy *et. al* (2012).

Billaut, Moukrim e Sanlaville (2013) salientam que diversos setores estão preocupados com problemas de agendamento: 1) nos sistemas de produção, como no agendamento de máquinas, no despacho de veículos, no escalonamento de guindastes/operários e no gerenciamento de cadeia de suprimentos; 2) nos sistemas de transportes, nos problemas de roteamento de veículos, nas coletas de resíduos,

na entrega de suprimentos e nos problemas de vendedores ambulantes; 3) nos sistemas administrativos, no agendamento de horários, no agendamento de consultas, no agendamento de visitas e na designação de recursos; e 4) nos sistemas de computadores, no aproveitamento ao máximo dos processadores e nas transmissões de dados (BILLAUT; MOUKRIM; SANLAVILLE, 2013).

Este trabalho concentra-se em uma categoria específica de problemas de agendamento, os problemas de agendamento periódico, especificamente os Problemas de Agendamento de Serviços Multiperíodo - PASM (*Multi-period Service Scheduling Problem - MSSP*). O PASM foi introduzido por Núñez-del-Toro (2015) e nessa classe de problemas um conjunto de clientes possui um número finito de demandas (serviços) periódicas a serem atendidas dentro de um horizonte de planejamento. Dentre as aplicações citadas, aquelas que possuem a característica periódica são, por exemplo, agendamento de serviços de manutenção recorrentes, reabastecimento de estoque, coleta de resíduos, agendamento de horários, agendamento de visitas do serviço social e transmissão de dados através de canais de comunicação.

A característica periódica do PASM o diferencia de um problema geral de agendamento, pois ao invés das decisões serem tomadas apenas no nível operacional, tem-se decisões de níveis tático e operacionais. Isto ocorre devido ao horizonte de tempo relacionado na decisão do PASM, que possuem prazos maiores do que apenas um período e, ainda, com restrições de frequência que indicam o número de vezes que um serviço deve ser atendido ao longo do horizonte de tempo. Também são característica do problema estudado: as demandas não possuem níveis de prioridade, isto é, a capacidade definida a priori garante o atendimento de todas as tarefas, respeitando suas frequências; As demandas são consideradas de período único, isto significa que a execução de um serviço não excede um período do horizonte de tempo; A duração de cada solicitação de serviço dentro de um período é considerada de tamanho igual, ou seja, tempos de serviço homogêneos; Nenhum cliente possui mais de uma demanda por período.

Os problemas de agendamento de serviços multiperíodo podem ser divididos em PASM periódico e PASM aperiódico. Os problemas periódicos se caracterizam por espaçamentos fixos entre atendimentos sucessivos de um mesmo cliente, a partir do primeiro atendimento. Os problemas aperiódicos são caracterizados pela flexibilidade nos atendimentos, permitindo o agendamento antes da data de vencimento da

demanda. Salienta-se que em nenhuma das políticas de agendamento é permitido atrasar o atendimento, isto é, agendar um atendimento que exceda a data de vencimento do serviço.

Destaca-se que pesquisas sobre os PASM são ainda embrionárias e muito recentes, o problema é descrito no trabalho seminal de Núñez-del-Toro (2015) e posteriormente explorado nos trabalhos de Núñez-del-Toro *et al.* (2016) e Fernández, Kalcsics e Núñez-del-Toro (2017). Os modelos descritos na literatura não são capazes de abordar múltiplos serviços. Nesse trabalho são propostas novas formulações que acrescentam características nos modelos da literatura, aproximando-os de aplicações reais e complexas. Essas novas formulações foram denominadas Problemas de Agendamento de Múltiplos Serviços Multiperíodo – PAMSM (*Multi-Period Multi-Service Scheduling Problem - MMSSP*). O agendamento de vários serviços é mais complexo em comparação ao agendamento de um único serviço, uma vez que a resolução de um PAMSM equivale à resolução de múltiplos problemas dos classificados como PASM.

O PAMSM envolve a atribuição de um conjunto de operadores (recursos) para atender um conjunto de atividades requeridas periodicamente por um conjunto de clientes, dentro de um horizonte de planejamento. Neste trabalho, considerou-se que os operadores possuem diferentes qualificações e capacidades para atender os clientes. A execução de um serviço não excede um período do horizonte de tempo, entretanto um cliente pode possuir mais de uma demanda por período.

O PAMSM é um problema encontrado especialmente no contexto de empresas prestadoras de serviços terceirizados. A terceirização de serviços frequentemente faz parte das estratégias corporativas por permitir que os gestores permaneçam focados na atividade principal da empresa. Em alguns casos, uma única empresa pode prestar diversos serviços para seus clientes tais como: serviços de manutenção, limpeza, jardinagem, recepção, portaria, segurança, serviços de recursos humanos, reabastecimento e/ou coletas. Marcelino (2007) destaca que a terceirização de serviços nos últimos anos se tornou um importante recurso estratégico para a gestão dos custos. Outras aplicações para o PAMSM surgem em problemas de agendamento de múltiplas consultas em hospitais, agendamento de vários processadores (em computação) e agendamento de serviços de atendimento social.

Resolver de forma exata problemas que envolvem restrições operacionais que limitam a capacidade de atendimento, como os descritos, é uma tarefa complexa e

difícil. Sob a ótica da otimização, sabe-se que a dificuldade de resolução de um Problemas de Programação Linear Inteira – PLI pode estar associada ao número de variáveis inteiras. Quanto maior esse número, mais difícil pode ser sua resolução de forma exata. Consequentemente o uso de *solvers* tornam-se, em muitos casos, não operacional para problemas reais e instâncias de grande porte, como os casos tratados nesse trabalho.

Apesar de sua alta relevância prática, os problemas de agendamento de serviços multiperíodo carecem de técnicas e métodos de resolução eficazes em tempos computacionais aceitáveis. Em virtude dessa dificuldade na obtenção de soluções para os modelos PAMSM propostos, foram abordados métodos heurísticos. Especificamente abordou-se as heurísticas *relax-and-fix* - R&F e *fix-and-optimize* - F&O propostas por Wolsey (2006). Ambas as heurísticas são métodos de decomposição do problema em subproblemas menores e mais fáceis de serem resolvidos, com os mesmos recursos computacionais iniciais.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

Propor a ampliação dos Problemas de Agendamento de Serviços Multiperíodo, por meio de inserção de restrições baseadas em problemas reais, definindo um novo problema na literatura, denominado Problemas de Agendamento de Múltiplos Serviços Multiperíodo - PAMSM. Como método de solução para essa nova formulação é proposto estratégias heurísticas que exploram as características do modelo.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

O objetivo geral desdobra-se nos seguintes objetivos específicos:

- Revisar os principais problemas de agendamento com serviços recorrentes abordados na literatura;
- Propor diferentes formulações matemáticas de Programação Linear Inteira para o PAMSM;
- Propor a construção de um conjunto de instâncias para validar os modelos propostos;

- Propor estratégias *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* como métodos heurísticos de solução para os modelos PAMSM propostos;
- Analisar e comparar os resultados obtidos.

## 1.2 CONTRIBUIÇÕES E LIMITAÇÕES

As principais contribuições do trabalho são:

- A proposição de novas formulações para os modelos PASM, aproximando os modelos de aplicações reais e complexas. As formulações descritas são uma generalização dos PASM e são denominados PAMSM;
- O desenvolvimento de um conjunto de 450 instâncias para análise dos modelos;
- A proposição de forma inédita o uso das estratégias *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* como métodos heurísticos de solução para o PAMSM. As estratégias propostas exploram as características e peculiaridades dos modelos;
- A análise da eficiência das heurísticas por meio de extensas experiências computacionais em instâncias geradas e divididas em pequeno, médio e grande porte.

O trabalho apresenta as seguintes limitações:

- A escassez, no melhor de nosso conhecimento, de literatura referente ao PASM, uma vez que essa classe de problemas é descrita pela primeira vez em 2015 e muitas possíveis variações do problema ainda não foram estudadas;
- A ausência de instâncias na literatura para validação dos modelos. Essa limitação prejudica a análise de desempenho das estratégias de solução propostas, as estratégias R&F e F&O tiveram de ser comparadas com a solução determinada por um *software* comercial;
- Não foi desenvolvido um estudo a fim de determinar limites inferiores para os modelos.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está organizado em seis capítulos. O capítulo 2 é composto pela revisão da literatura sobre problemas de agendamento periódicos, fundamentação teórica e trabalhos correlatos. São abordadas definições importantes para caracterização dos modelos propostos.

No capítulo 3 são descritos, com detalhes, os modelos matemáticos PAMSM propostos nesse trabalho. O capítulo 4 é dedicado à descrição detalhada das abordagens heurísticas de solução. No capítulo 5 são descritos e discutidos os resultados obtidos, com apresentação dos testes computacionais. E, por fim, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões e diversas oportunidades de pesquisas a partir deste trabalho.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Nesse capítulo é apresentado o problema estudado e suas características. O capítulo está dividido em quatro seções. Na primeira seção descreve-se uma visão geral dos problemas de agendamentos e propõe-se uma classificação quanto à frequência e demanda. Na segunda seção são detalhados os Problemas de Agendamento de Serviço Multiperíodo, os quais deram origem a esse trabalho. A terceira seção apresenta-se os trabalhos correlatos e aplicações para os PASM. E por fim, a quarta seção é dedicada as formulações matemáticas PASM já descritas na literatura.

### 2.1 PROBLEMAS DE AGENDAMENTO DE SERVIÇOS RECORRENTES

O agendamento é um procedimento de tomada de decisão utilizado com regularidade por empresas de manufatura ou prestadoras de serviços. Baker e Trietsch (2009) e Maccarthy e Liu (1993) definem o agendamento como uma atividade de alocação de recursos ao longo do tempo para execução de um conjunto de tarefas.

Pinedo (2012) destaca que as tarefas e recursos podem assumir diferentes formas em aplicações reais. Por exemplo, os recursos podem ser associados a um conjunto de máquinas em uma indústria, operários em uma obra, carros de coleta ou entrega, técnicos de manutenção, enfermeiros e médicos em um hospital e servidores de uma aplicação na nuvem. Já as tarefas podem corresponder a operações em uma linha de montagem, etapas em uma construção, posto de recolhimento de resíduos ou reabastecimento de produtos, manutenção em estruturas e/ou equipamentos de uma empresa, atividades de enfermeiros e médicos em um hospital e execução de programas de computadores (PINEDO, 2012; LEUNG, 2004).

As necessidades recorrentes das empresas em cumprir datas, suprir demandas dos clientes e ao mesmo tempo gerir de forma eficiente recursos disponíveis, faz com que o agendamento desempenhe um papel importante na maioria dos sistemas de produção, em ambientes de processamento de informações e também em empresas de serviços de distribuição e transporte (PINEDO, 2012). Reklaitis (1996) destaca que o agendamento se faz necessário sempre que houver competição entre as tarefas por recursos limitados disponíveis dentro de um horizonte de tempo finito.



Para Reklaitis (1996) o agendamento envolve três componentes: 1) atribuição de recursos, 2) sequenciamento e 3) temporização. A atribuição de recursos consiste na alocação adequada de recursos para a execução de determinadas tarefas. O sequenciamento diz respeito à ordem de efetivação das tarefas. A temporização envolve a definição do momento em que cada tarefa deve ser executada, isto é, horários de início e de término para cada uma das atividades programadas. Por exemplo, seja um conjunto de quatro tarefas e dois operadores (recursos). A etapa de atribuição envolve a seleção de operadores para a execução das tarefas: primeiro operador para as duas primeiras tarefas e o segundo para as demais. O sequenciamento envolve a escolha da ordem em que cada operador deve realizar as atividades e, por fim, o componente tempo abrange os horários de início e término de execução de cada tarefa.

Os problemas de agendamento frequentemente trabalham com tarefas que possuem relação de precedência, nível de prioridade, possíveis horários de início e data de vencimento (LEUNG, 2004). Utopicamente, a função objetivo deve ser formada por todos os custos envolvidos no processo de agendamento, o que é inviável na prática. Esses custos costumam ser difíceis de serem medidos ou até mesmo de serem identificados completamente (BAKER; TRIETSCH, 2009). Os objetivos mais frequentemente na literatura são: minimizar o tempo de conclusão da última tarefa (*makespan*); minimizar o tempo médio de fluxo; ou ainda, minimizar o número de tarefas atrasadas. Estes objetivos são tratados nos trabalhos de planejamento da produção de: Yoshida e Hitomi (1979), Khurana e Bagga (1985), Koulamas (1994), Reza Hejazi e Saghafian (2005), Moccellin & Nagano (2007), Ruiz-Torres e Centeno (2008), Li e Yang (2009), Drwal (2018), Ramazani *et al.* (2018), Cheng *et al.* (2019) e Chung *et al.* (2019).

Esse trabalho concentra-se em uma categoria particular de problemas de agendamento, os problemas de agendamento com serviços periódicos (recorrentes). Nessa classe de problemas, os recursos são designados para servir serviços recorrentes em um horizonte de planejamento (NÚÑEZ-DEL-TORO, 2015).

Núñez-del-Toro (2015) destaca que a alocação de recursos para atender serviços periódicos, em algumas situações, exige mais de uma entidade para a execução dos serviços, gerando dois possíveis cenários: cenário não colaborativo e cenário colaborativo (FIGURA 1). No primeiro caso, cada empresa é responsável em gerir seus recursos para realizar serviços sob sua responsabilidade. Enquanto, no

cenário colaborativo, faz-se necessário uma articulação entre as empresas para atender as demandas. Um cenário colaborativo oferece uma maneira eficaz de melhorar o atendimento ao cliente e diversas são as formas de colaboração. Por exemplo, na logística pode ocorrer o compartilhamento de veículos de entrega e/ou centros de distribuição (WANG *et al.*, 2021). Destaca-se que o cenário colaborativo implica na concepção conjunta do planejamento, mas não demanda necessariamente o uso de recursos compartilhados.

FIGURA 1 - CENÁRIOS PARA PROBLEMAS DE SERVIÇOS PERIÓDICOS



FONTE: Núñez-del-Toro (2015).

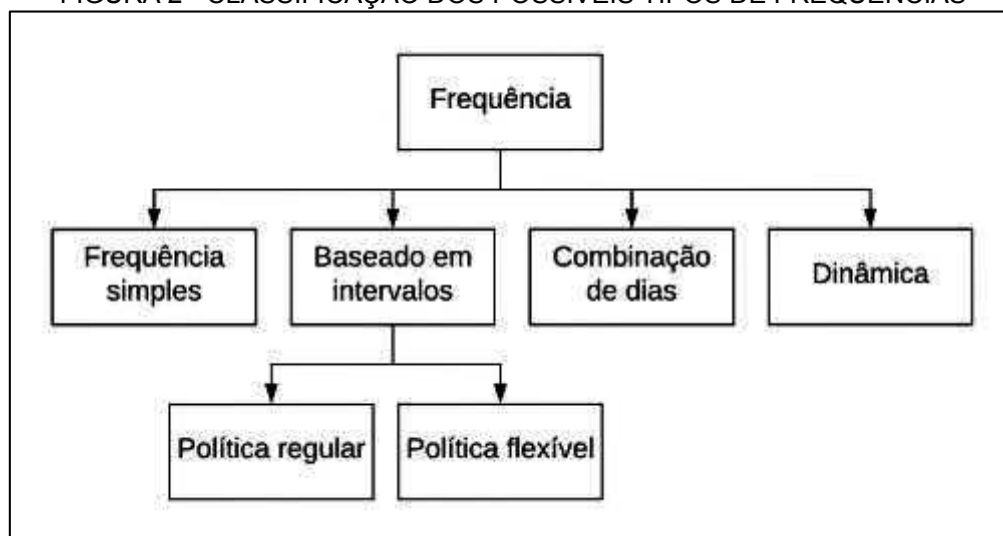
Um cenário colaborativo é abordado por Wang *et al.* (2021). Neste trabalho é proposto e solucionado um Problema de Roteamento de Veículos Multiperíodo Colaborativo de dois Escalões. Os autores concentram-se no mecanismo colaborativo, na sincronização e compartilhamento de recursos para otimizar uma rede logística. O modelo é aplicado em uma rede logística em Chongqing – China, onde o artifício colaborativo é estabelecido no compartilhamento de informações dos clientes e, assim, é proposto o compartilhamento de transporte. Wang *et al.* (2021) concluem que mecanismos colaborativos podem melhorar o grau de sincronização da rede e, desta forma, contribuir para o desenvolvimento sustentável de redes de distribuição urbana.

Outro cenário colaborativo é descrito em Grunow e Gobbi (2009). Os autores desenvolvem uma abordagem, considerada por eles eficiente e justa, para a implementação da *European Directive on Waste of Electrical and Electronic Equipment* - WEEE na Dinamarca. A base da WEEE diz que toda empresa que vende

equipamentos elétricos e eletrônicos tem que reciclar uma quantidade de itens proporcional à sua participação no mercado. Das 900 empresas participantes do sistema WEEE apenas uma tem seu próprio sistema de coleta, as demais participam de um esquema coletivo de reciclagem. É abordado especificamente o problema de atribuir pontos de coletas aos esquemas coletivos. Essas atribuições devem ser feitas de tal forma que não privilegie nenhuma das empresas, evitando monopólios. Trabalho semelhante é realizado por Fernández *et al.* (2010); Roca-Riu, Fernández e Speranza (2017); e, Ríos Mercado e Fernández (2018).

A frequência é a principal característica dos problemas com serviços periódicos. Frequência por definição é a quantidade de vezes que uma tarefa deve ser atendida/executada ao longo do horizonte de tempo. Classificam-se quatro formas distintas de frequências na literatura: simples, combinação de dias, intervalo de tempo e dinâmica. A FIGURA 2 mostra um esquema para classificação de problemas com serviços recorrentes de acordo com sua frequência.

FIGURA 2 - CLASSIFICAÇÃO DOS POSSÍVEIS TIPOS DE FREQUÊNCIAS



FONTE: O autor (2021).

A frequência simples segue a definição de frequência. Nesse sentido, problemas de agendamento baseados em frequência simples trabalham com o número de vezes que um serviço deve ser fornecido ao longo do horizonte de planejamento. Monroy, Amaya e Langevin (2013) apresentam um cenário de monitoramento da rodovia no qual os serviços devem ser realizados com a frequência de um atendimento durante os dias úteis da semana e dois nos finais de semanas e feriados. O modelo de roteamento periódico em arcos com pontos de recargas

(*Periodic Arc Routing with Refill Points* - PARWRP), proposto por Hung e Lin (2014), também utiliza o conceito básico de frequência. Assim, neste modelo a frequência indica o número de vezes que um conjunto de árvores deve ser irrigado dentro do horizonte de tempo.

Modelos que possuem restrições envolvendo intervalos de tempo são aqueles que utilizam um tempo fixo (política regular) entre dois tratamentos consecutivos ou flexível (política flexível) estabelecendo limites mínimo e/ou máximo de tempo entre duas execuções sucessivas de um determinado serviço. Batista e Scarpin (2014, 2015, 2016) apresentam um problema de roteamento em arcos capacitados e periódico (*Periodic Capacitated Arc Routing Problem* - PCARP) que emprega intervalos fixos entre dois serviços sucessivos. O modelo proposto é criado visando a manutenção preditiva e preventiva em linhas férreas. Uma série de aplicações para problemas de programação de intervalos fixos (*Fixed Interval Scheduling* - FIS) são descritas no trabalho de Kovalyov *et al.* (2007). Entre elas está o planejamento de frota, a atribuição de aeronaves a portões (*gates*), o planejamento de manutenção de aeronaves, a programação de motoristas, a transmissão de dados e a comparação em biologia molecular. Chu, Labadi e Prins (2004) descrevem uma formulação mais geral para o PCARP levando em consideração o espaçamento mínimo e máximo entre dois tratamentos consecutivos (política flexível).

Há aplicações em que se faz necessário uma combinação de dias em que um serviço pode ser realizado. Por exemplo na coleta de resíduos urbanos, podendo ser necessário designar os dias da semana em que uma via deve ser atendida, ou seja, diariamente ou em uma combinação de dias [segunda, sexta], [terça, quinta], [segunda, quarta, sexta], etc. Chu, Labadi e Prins (2005) apresentam um modelo de programação binária para o PCARP que leva em consideração essas combinações de dias, aplicado na coleta de resíduos urbanos e na pulverização de herbicidas em redes ferroviárias. Trabalhos correlatos são realizados por Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2002a, 2002b), Chu, Labadi e Prins (2004, 2005; 2006), Ghiani *et al.* (2005), Kanso e Yassine (2009), Mei *et al.* (2011), Zhang *et al.* (2016) e Chen e Hao (2018).

Uma abordagem dinâmica para os problemas de serviços recorrentes não estabelece a priori o número de vezes em que um serviço deve ser fornecido, nem o espaçamento entre eles. Batista (2016) destaca a relação entre a demanda e o período de atendimento, isto é, quanto mais tempo um serviço demora para ser

atendido maior é a sua demanda. A frequência, para modelos com abordagens dinâmicas, varia de acordo com os critérios da demanda e do horizonte de tempo. Essa classe de problemas surge em cenários onde o material/serviço é entregue/realizado e, em seguida, é consumido com o passar do tempo. São exemplos dessa aplicação a supressão de poeira em estradas e a irrigação de plantas ao longo das calçadas (RIQUELME-RODRÍGUEZ; GAMACHE; LANGEVIN, 2014, 2016).

Em problemas com serviços recorrentes a demanda interfere nos períodos e, conseqüentemente, na maneira como as frequências são tratadas. A demanda pode ser classificada em: determinística ou estocástica.

Demandas determinísticas são aquelas conhecidas a priori, não significando que as demandas devem ser iguais ao longo do horizonte de tempo, sendo as possíveis alterações conhecidas e calculadas antes do planejamento. Shen *et al.* (2020) apresentam um problema de agendamento de inspetores multiperíodo (*Multi-Period Inspector Scheduling Problem* – MPISP) que emprega demandas determinísticas. Esse problema visa determinar um conjunto de rotas para uma equipe de inspetores que realizam inspeções em diferentes locais ao longo de vários dias, o objetivo é maximizar as cargas de trabalho totais dos inspetores ao longo do período de planejamento.

Demandas estocásticas são incertas e se alteram ao longo do horizonte de planejamento. Na prática, diversos problemas possuem essa característica, mas não são tratados como tais devido à dificuldade em prever essas alterações.

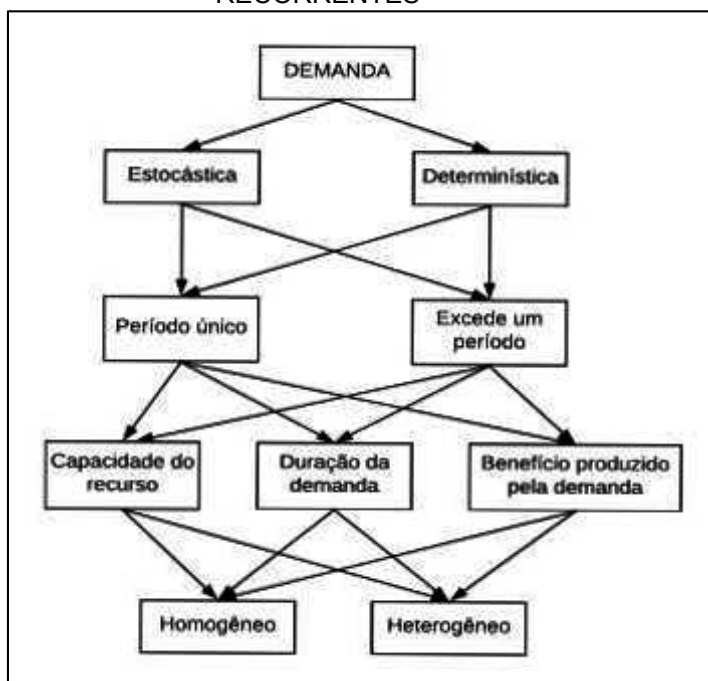
A procura pelos serviços de saúde geralmente é irregular e imprevisível, o que adiciona incertezas ao agendamento desses serviços. Para estudar a natureza incerta desse tipo de problema, Mahmoudzadeh, Shalamzari e Abouee-Mehrizi (2020) descrevem uma abordagem de otimização robusta para agendar serviços de saúde para pacientes em um horizonte finito de vários períodos, nesse modelo os pacientes são priorizados com base em seu nível de acuidade. Um PCARP aplicado na coleta de resíduos urbanos com a característica estocástica é proposto por Tirkolaei, Mahdavi e Esfahani (2018).

Esse trabalho concentra-se na modelagem de problemas de agendamento de serviços que possuem duração de um único período, isto é, serviços que não excedem um período do horizonte de tempo. Esse tipo de serviço surge em diferentes aplicações práticas, por exemplo, atividades de coleta, entrega e reposição, inspeções

e serviços de manutenção (NÚÑEZ-DEL-TORO, 2015). Em problemas com essa característica os serviços podem competir pelo mesmo recurso, uma vez que, os recursos são limitados podendo suprir um número finito demandas por período. O número de serviços que um recurso pode atender está intimamente ligado com a sua capacidade e/ou duração do serviço, a capacidade pode ser igual (homogênea) para todos recursos ou diferente (heterogêneas). Os problemas de serviços recorrentes de período único podem ser classificados de acordo com: capacidade do recurso, duração do serviço e benefício gerado pela demanda. Ainda pode-se abordar os problemas com os serviços homogêneos ou heterogêneos.

Um cenário homogêneo é descrito por Batista (2014, 2015, 2016) e os cenários heterogêneos são tratados por Monroy, Amaya e Langevi (2013), ambos para o PCARP. Assim, em um cenário homogêneo todas as demandas contribuem igualmente para o lucro e no cenário heterogêneo diferentes demandas contribuem com quantidades diferentes para o lucro final. A FIGURA 3 resume as possíveis classificações para a demanda.

FIGURA 3 - CLASSIFICAÇÃO DA DEMANDA PARA PROBLEMAS DE SERVIÇO RECORRENTES



FONTE: O autor (2021).

## 2.2 PROBLEMAS DE AGENDAMENTO DE SERVIÇOS MULTIPERÍODO – PASM

Os Problemas de Agendamento de Serviços Multiperíodo PASM (*Multi-period Service Scheduling Problem - MSSP*) foram introduzidos por Núñez-del-Toro (2015) e explorados posteriormente nos trabalhos de Núñez-del-Toro *et al.* (2016) e Fernández, Kalcsics e Núñez-de-Toro (2017). Nessa classe de problemas é dado um conjunto de clientes que, periodicamente, possuem serviços a serem atendidas ao longo de um horizonte de tempo, particionado em um número finito de períodos de igual duração. Os autores destacam que os serviços são vistos como visitas, podendo ser visitas para coleta, entrega ou manutenção. Nenhum cliente possui mais de uma demanda por período e nenhum serviço excede um período do horizonte de tempo. A duração entre dois atendimentos sucessivos para um cliente, é conhecida a priori e denominada periodicidade de atendimento. Não ocorre hierarquia entre os serviços e um cliente pode ser visitado por operadores distintos em cada período de serviço, respeitando a capacidade do operador.

As definições, índices e nomenclaturas descritas nesse trabalho, seguem as mesmas utilizadas por Núñez-del-Toro (2015), Núñez-del-Toro *et al.* (2016) e Fernández, Kalcsics e Núñez-de-Toro (2017).

Dado um horizonte de tempo  $T$ ,  $|T|$  expressa a duração do horizonte de tempo. O conjunto de clientes é denotado por  $I$  e  $t_i \in \mathbb{N}$  expressa o intervalo de serviço para cada cliente  $i \in I$ , isto é, indica a duração máxima entre dois atendimentos consecutivos ao cliente. O conjunto de operadores é representado por  $K$  e  $Q$  é a capacidade dos operadores. Assim,  $Q$  expressa o número de clientes que o operador  $k$  pode atender em um período  $t$ . Essa capacidade é considerada idêntica para todos os operadores nos modelos propostos em Núñez-del-Toro (2015), Núñez-del-Toro *et al.* (2016) e Fernández, Kalcsics e Núñez-del-Toro (2017). Já nos modelos propostos nessa tese, as capacidades podem ser distintas para cada operador, podendo variar de acordo com o tipo de serviço e habilidade. Pressupõem-se que todos os clientes  $i$  foram atendidos antes do início do horizonte de tempo  $T$ .

O objetivo no PASM é definir uma agenda de serviços de custo mínimo, onde para cada cliente  $i$  é determinada uma sequência ordenada de visitas. Essa sequência é denominada calendário de visitas do cliente  $i$  ( $C_i \subset T$ ). O atendimento de um cliente  $i$  por um operador  $k$  incorre em um custo de operação. Um conjunto de clientes  $i$ ,

servidos pelo operador  $k$ , em um período  $t$ , é chamado de *cluster* de serviço e o tamanho dos *clusters* não devem exceder a capacidade  $Q$  do operador  $k$ .

Núñez-del-Toro (2015) destaca que as decisões tomadas pelos modelos PASM consistem em: para cada cliente determine um calendário de visitas indicando o período em que cada cliente será visitado. Estabelecendo assim, uma agenda de serviços (cronograma)  $S = \{C_i; i \in I\}$ ; Atribuindo um conjunto de clientes a um operador, respeitando a capacidade  $Q$ .

A frequência no modelo PASM é baseada em intervalos de tempo, podendo assumir políticas regulares ou flexíveis entre duas execuções sucessivas de um serviço. No PASM não existem solicitações de serviços predeterminadas no início do horizonte de tempo. Considera-se uma duração máxima entre atendimentos consecutivos, que podem ser diferentes para cada cliente. Núñez-del-Toro (2015) e Núñez-del-Toro *et al.* (2016) caracterizam essas duas políticas de serviço como: política de serviço periódico (regular) e política de serviço aperiódico (flexível), descritas a seguir.

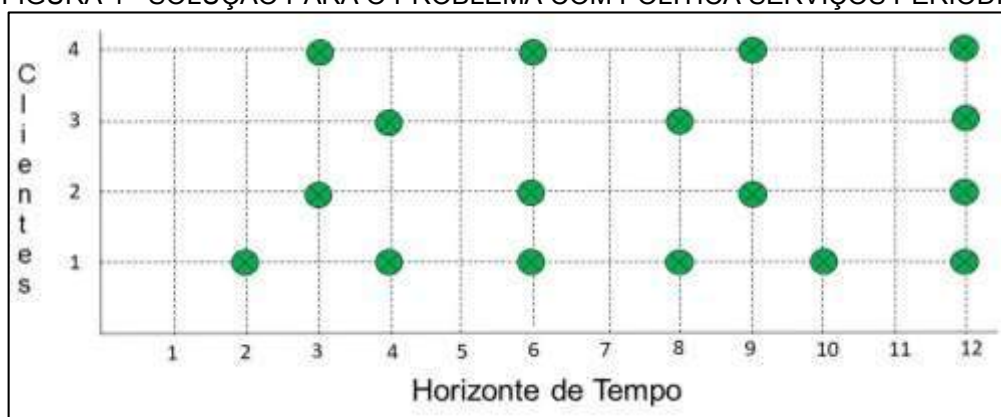
*Política de Serviço Periódico* (SP): ocorre um espaçamento fixo entre a execução de dois serviços, após agendado o primeiro serviço o próximo será agendado na data de vencimento (duração máxima entre os serviços). Núñez-del-Toro (2015) salienta que essa política de agendamento resulta em atendimentos regulares para os clientes, considerando-se que a duração máxima não se altere ao longo do horizonte de tempo. Nesse caso a decisão restringe-se em determinar apenas o primeiro atendimento ao cliente, uma vez que, os demais períodos de serviços serão consequência do primeiro. O objetivo dessa política é minimizar ( $z$ ) o número total de operadores utilizados no horizonte de tempo  $T$ .

Para ilustrar ambas as políticas de agendamento vamos considerar o exemplo descrito em Núñez-del-Toro (2015) e Núñez-del-Toro *et al.* (2016):

Dado um horizonte de tempo  $|T| = 12$  dias, um conjunto de quatro clientes  $I = \{1, 2, 3, 4\}$  com intervalos de serviços  $t_1 = 2$ ,  $t_2 = 3$ ,  $t_3 = 4$  e  $t_4 = 3$  períodos, respectivamente. Seja ainda, um conjunto  $|K| = 2$  operadores, com capacidade  $Q = 3$  por período. Como o número de operadores é conhecido a priori, o objetivo é agendar os operadores e as visitas aos clientes, de modo que os custos totais sejam mínimos. A FIGURA 4 exibe uma agenda de serviço  $S$ , que representa a solução ótima para o problema com política de serviço periódico.



FIGURA 4 - SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA COM POLÍTICA SERVIÇOS PERÍODICO



FONTE: Modificada de Núñez-del-Toro (2015).

Para o planejamento  $S$ , tem-se os seguintes calendários de atendimentos por cliente  $i \in I$ :  $C_1 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ ,  $C_2 = \{3, 6, 9, 12\}$ ,  $C_3 = \{4, 8, 12\}$  e  $C_4 = \{3, 6, 9, 12\}$ . Como cada operador possui capacidade de atender 3 clientes por período, foram necessários ao todo  $z = 9$  operadores no horizonte de tempo. Apenas no período 12 foram necessários dois operadores, pois, a demanda nesse dia foi maior que a capacidade de um único operador. É notório que a decisão nessa política de agendamento restringe-se a decisão apenas do primeiro agendamento, uma vez que as demais visitas são consequências dessa, respeitando o intervalo de visitas  $t_i$  para cada cliente.

*Política de Serviço Aperiódico (SA):* a frequência é baseada em intervalos flexíveis é estabelecido limite mínimo ou máximo de tempo entre duas execuções sucessivas de um determinado serviço. Na política SA é estipulado um limite máximo entre dois atendimentos, permitindo ocorrer antecipação no atendimento ao cliente. Portanto, o intervalo de serviço do cliente  $i$  pode ter comprimento diferente entre dois atendimentos consecutivos. Mas, não são permitidos atrasos no atendimento aos clientes, ou seja, duas visitas consecutivas ao cliente  $i$  não podem exceder o seu intervalo de serviço  $t_i$ . Essa política de agendamento gera registros irregulares de atendimento, permitindo um melhor planejamento e utilização dos recursos (NÚÑEZ-DEL-TORO, 2015).

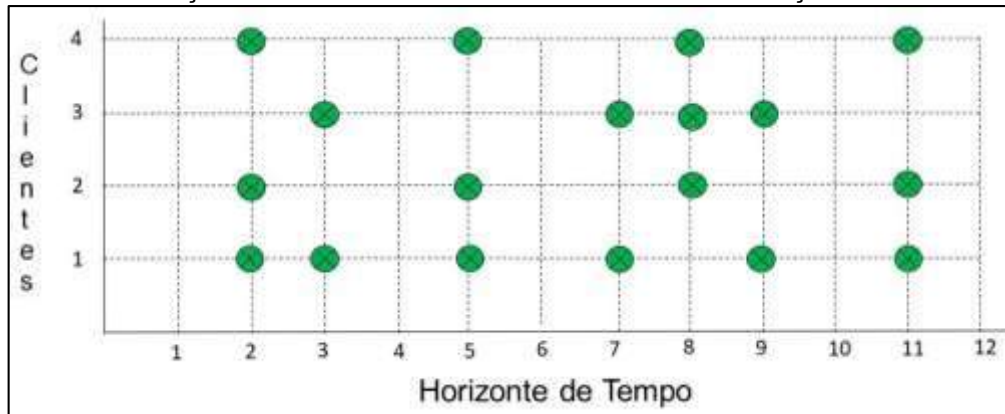
Uma vez sendo possível antecipar o atendimento de um cliente,  $h$  representa o número de períodos entre dois atendimentos consecutivos ao cliente  $i$ . Se  $h$  for menor que  $t_i$  ( $h < t_i$ ), ocorreu uma antecipação, consequentemente  $t_i - h$  representa a precocidade da visita. Observa-se que, para essa política de serviço o objetivo não é apenas minimizar o uso dos operadores e, sim, minimizar a soma ponderada do

número total de operadores ( $z$ ) utilizados e o número total de atendimentos antecipados ( $e$ ), função objetivo (1). Neste cenário  $\beta \in [0, 1]$  é um parâmetro de ponderação (NÚÑEZ-DEL-TORO, 2015; NÚÑEZ-DEL-TORO ET AL., 2016).

$$f(S) = \beta z + (1 - \beta)e \quad (1)$$

A FIGURA 5 a seguir ilustra uma solução factível para o exemplo anterior, adotando política de serviço aperiódico.

FIGURA 5 - SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA COM POLÍTICA SERVIÇOS APERIÓDICO



FONTE: O autor (2021)

Nesse exemplo o parâmetro de ponderação adotado foi  $\beta = 1$ , que resultou nos seguintes calendários de atendimento por cliente:  $i \in I$ :  $C_1 = \{2, 3, 5, 7, 9, 11\}$ ,  $C_2 = \{2, 5, 8, 11\}$ ,  $C_3 = \{3, 7, 8, 9\}$  e  $C_4 = \{2, 5, 8, 11\}$ . Observa-se que nessa política SA ocorreu precocidade no atendimento dos clientes:

- Cliente 1: no período 3;
- Cliente 3: no período 8 e 9.

Nesse exemplo, a solução ótima é  $f(S) = 7$ , indicando 7 operadores utilizados no horizonte de tempo. Como  $\beta = 1$  não ocorre penalização no atendimento precoce dos clientes 1 e 3, a função objetivo (1) fica reduzida a minimizar o uso dos operadores.

Ocorreu uma redução no uso dos operadores entre as duas políticas de serviços periódicos e aperiódicos, indicando uma melhor utilização das capacidades dos operadores na política SA.

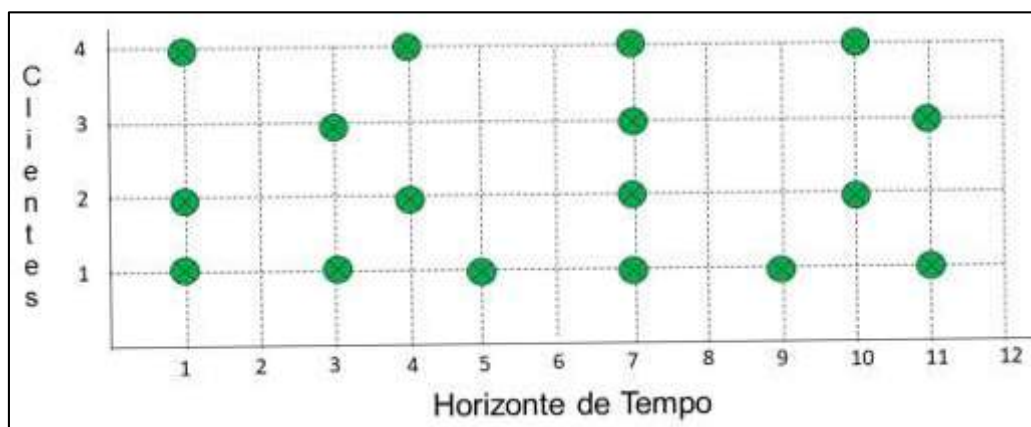
Ao mesmo tempo, essa solução ressalta a necessidade de planejamentos adicionais para os clientes, ocasionando custos extraordinários. O cliente 3, o qual possui o maior intervalo de serviço, teve seu atendimento antecipado duas vezes em

três dias, ocorrendo três atendimentos consecutivos. Se considerado o serviço de recolhimento de resíduos, o cliente 3 não teria tempo hábil de produzir resíduos suficientes para serem recolhidos em dias subsequentes.

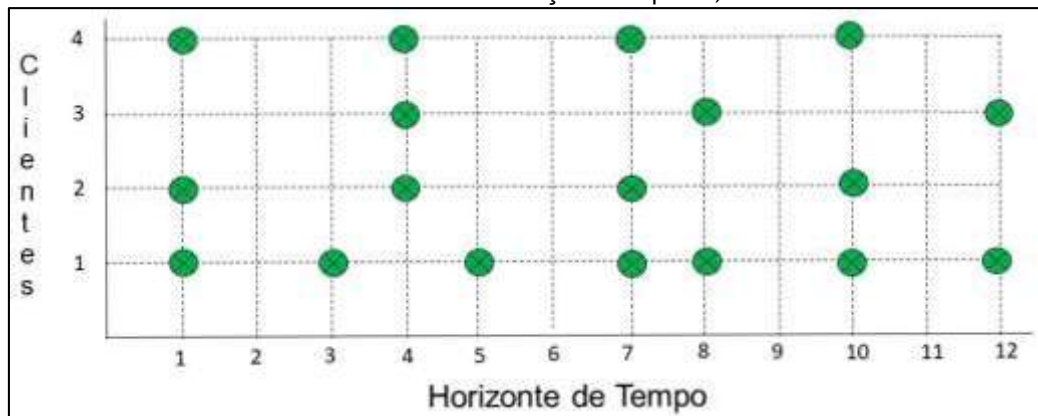
A lógica por trás da política SA é permitir visitas antecipadas podendo reduzir o número total de operadores necessários ao longo do horizonte de tempo, melhorando a utilização das capacidades do operador. Claro, permitir serviços antecipados pode causar um efeito negativo uma vez que os clientes não são coletados periodicamente. (NÚÑEZ-DEL-TORO, 2015, p.17, tradução nossa).

Nesse sentido, destaca-se a importância do parâmetro  $\beta$  na otimização de problemas com políticas de serviços aperiódicos. Uma vez que, dependendo do valor adotado para o parâmetro, o número excessivo de precocidades nos calendários de atendimentos, podem ser evitados. As FIGURA 6, FIGURA 7 e FIGURA 8 a seguir, destacam a influência de diferentes valores adotados para  $\beta$  no calendário de atendimentos dos clientes e, conseqüentemente, na função objetivo.

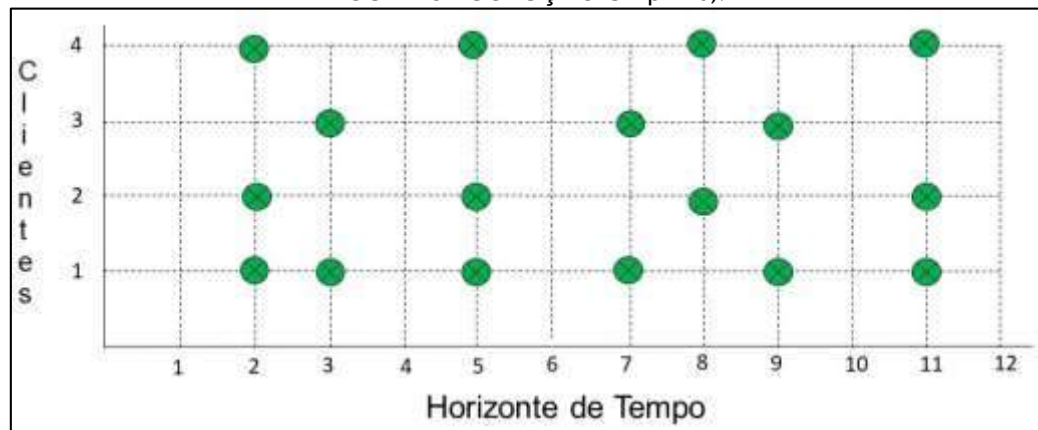
FIGURA 6 - SOLUÇÃO SA  $\beta = 0,1$



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 7 - SOLUÇÃO SA  $\beta = 0,5$ 

FONTE: O autor (2021).

FIGURA 8 - SOLUÇÃO SA  $\beta = 0,9$ 

FONTE: O autor (2021).

As soluções ótimas para os exemplos acima são:  $\beta = 0,1$ ,  $f(S) = 0,9$  e 9 operadores utilizados;  $\beta = 0,5$ ,  $f(S) = 4,5$ , 8 operadores utilizados e 1 serviço antecipado;  $\beta = 0,9$ ,  $f(S) = 6,6$ , 7 operadores utilizados e 3 serviços antecipados. Observa-se que, quanto maior o valor adotado para  $\beta$  menos operadores são requeridos e ao mesmo tempo são gerados calendários de atendimentos que desconsideram o intervalo de serviço  $t_i$  dos clientes. Logo, não penalizar serviços antecipados pode tirar a principal característica do modelo (periodicidade dos serviços).

Se  $\beta = 0$ , qualquer solução viável para os modelos com políticas SP é ideal para modelos com políticas SA, pois, a solução ótima para os modelos SA será aquela na qual não ocorreu nenhum atendimento precoce. Portanto, a solução SA coincide com a SP. Núñez-del-Toro (2015) conclui por meio de um conjunto de testes que  $\beta = 0,1$  gera soluções ótimas para problemas com política SP, enquanto que,  $\beta = 0,9$  gera soluções ótimas para problemas com política SA.

## 2.3 TRABALHOS CORRELATOS E APLICAÇÕES

Os problemas de Agendamento de Serviços Multiperíodo, surgem em uma variedade de aplicações, desde o agendamento de entregas até a telecomunicação. Núñez-del-Toro (2015), Núñez-del-Toro *et al.* (2016) e Fernández, Kalcsics e Núñez-del-Toro (2017), apresentam uma série de práticas, nas quais os PASM surgem como componentes centrais ou secundários. A principal aplicação destacada pelos autores, está relacionada à logística de entrega ou coleta de produtos, matéria prima ou resíduos. Nesses problemas, os clientes possuem demandas de um produto ou recolhimento de resíduos, que devem ser atendidos periodicamente devido às suas capacidades de armazenamento limitadas. Essa aplicação surge, por exemplo, na logística reversa e no reabastecimento de estoque do comércio varejista.

Núñez-del-Toro (2015) propõe 4 modelos matemáticos baseados em Programação Inteira para o PASM, não apresenta aplicações diretas para os modelos, mas sugere diferentes cenários que podem ser modelados com as formulações propostas. Como método de solução desenvolve uma heurística gulosa (*Greedy Heuristic* - GH) e um *Branch-and-Price* - B&P para os modelos. A *Greedy Heuristic* é utilizada para determinar uma solução inicial, na GH os clientes são selecionados sucessivamente e para cada cliente é determinado o melhor calendário. Sendo assim, o melhor calendário vai ser aquele com menor aumento na função objetivo. Para tal, o autor formula um problema de caminho mais curto em uma rede auxiliar. Posteriormente, é aplicada uma busca local para melhorar a solução encontrada pela GH. Devido à falta de instâncias de *Benchmark* para o PASM, Núñez-del-Toro (2015) gera um conjunto aleatório de 400 instâncias para analisar o desempenho da heurística GH e do B&P (80 para política periódica e 320 para política aperiódica). Os resultados, por sua vez, obtidos com os métodos de soluções propostos são comparados com solver IBM ILOG CPLEX 12.5, executados com tempo limite de uma hora.

Os modelos propostos por Núñez-del-Toro *et al.* (2016) são derivados de uma aplicação na logística reversa, a reciclagem de equipamentos elétricos e eletrônicos (*Waste of Electrical and Electronic Equipment* - WEEE). A base da WEEE diz que toda empresa vendedora de equipamentos elétricos e eletrônicos, deve ser responsável pela coleta dos resíduos gerados, proporcionalmente à sua participação no mercado. A regulamentação prevê, ainda, que os habitantes podem devolver seus resíduos

eletrônicos gratuitamente em uma das estações de coleta. Como são reciclados diferentes tipos de produtos é necessários diferentes recipientes de coletas, os quais geram taxas de enchimentos desiguais, onde, por sua vez, criam-se periodicidades de coletas distintas para cada estação. Empresas terceirizadas são contratadas para realizar a coleta dos resíduos depositados nas estações. Nesse problema, o objetivo é determinar para cada estação os períodos respectivos em que ela será atendida, por um veículo de coleta, evitando-se, assim, que um recipiente transborde, que as solicitações periódicas sejam atendidas e, por fim, que o número total de veículos utilizados seja mínimo. Os autores utilizam um conjunto de 90 instâncias, geradas de forma aleatória, para avaliar e comparar as políticas de serviço periódico e aperiódico. Como método de solução é utilizada a *Greedy Heuristic* descrita anteriormente. Os resultados indicam que políticas flexíveis reduzem o número de operadores utilizados e, ainda, podem modelar diversos cenários conforme o peso atribuído à penalização.

Fernández, Kalcsics e Núñez-del-Toro (2017) propõem uma nova formulação para o modelo com política de serviço aperiódico descrito em Núñez-del-Toro *et al.* (2016), tendo em vista que, os modelos até aqui propostos não são capazes de resolver de forma ótima instâncias com mais de 30 clientes em um tempo aceitável. A formulação deixa de ser baseada em clientes e passa a ser baseada em classes de clientes, uma classe de clientes é formada por um conjunto de clientes que possuem intervalos de serviços  $t_i$  iguais. Essa ideia, já havia sido explorada por Russel e Igo (1979), em um problema de roteamento periódico de veículos, aplicado na coleta de lixo industrial, onde os autores, agrupam pontos de coletas, de acordo com a sua frequência e proximidade. O objetivo, é reduzir efetivamente o tamanho do problema, agrupando pontos de coletas ou clientes. Observa-se que, o número de decisões é reduzido, uma vez que, os clientes agrupados, a decisão passa a ser o número de clientes de cada classe atendidos por período. Como método de solução, os autores utilizam o *Branch-and-Price* e uma reformulação mais adequada para a geração de colunas é proposta. Testes computacionais são realizados em um conjunto de 360 instâncias, onde os resultados mostram que a formulação baseada em classe supera a formulação proposta em Núñez-del-Toro *et al.* (2016).

Um dos problemas que surgem no problema de *designer* de territórios de serviços multiperíodo é o agendamento de visitas aos clientes. Bender *et al.* (2016) apresentam um modelo de planejamento denominado Problema de design de Território de Serviço Multiperíodo (*Multi-Period Service Territory Design Problem* -

MPSTDP). O MPSTDP combina dois subproblemas, a saber, um subproblema de particionamento e um subproblema de escalonamento. O subproblema de particionamento (MPSTDP-P) corresponde aos problemas de *designer* de território ou problema distrital. No MPSTDP-P os clientes devem ser divididos em territórios, geograficamente compactos, com um provedor de serviço ficando responsável por cada território de serviço. O segundo subproblema associado é o agendamento MPSTDP-S. Neste subproblema, um cronograma de visitas deve ser determinado para cada cliente respeitando suas demandas e periodicidades dentro do horizonte de planejamento. Destaca-se que o subproblema MPSTDP-S pode ser classificado como um PASM, visto que possui serviços periódicos para serem atendidos por um conjunto de operadores, com capacidades restritas, dentro de um horizonte de tempo de múltiplos períodos finito.

Bender *et al.* (2018) propõem uma formulação alternativa para o MPSTDP-S, nessa formulação é desconsiderada a possibilidade de um cliente possuir mais de uma demanda por semana, não há restrições quanto aos dias em que um cliente pode ser atendido e é assumido que sempre o mesmo tempo de serviço é incorrido para os clientes. Os autores destacam que devido essas alterações o MPSTDP-S\* proposto falha em modelar algumas das aplicações do MPSTDP-S. Por exemplo, o reabastecimento de maquinas de vendas de bebidas ou cigarros, que em geral demandam várias visitas por semana. No entanto, a formulação é capaz de modelar as principais aplicações do PTV *Group*, grupo parceiro dos autores. O PTV *Group* é um fornecedor comercial de software para resolver desafios de mobilidade e transporte, com sede em Karlsruhe – Alemanha.

Outra aplicação para o PAMS surge no agendamento de visitas para inspeções e manutenção preventiva de equipamentos. Nesse problema, o objetivo é minimizar os custos relacionados a inspeção, e, o custo proporcional entre duas visitas consecutivas, isto é, quanto maior o período entre duas visitas, maior será o custo relacionado (NÚÑEZ-DEL-TORO, 2015). A frequência nesse modelo é tratada como dinâmica, dado que, quanto mais uma inspeção demora para ser realizada, maior será sua demanda. Problemas semelhantes surgem na manutenção e backups de sistemas de computadores.

Os PASM estão também relacionados aos problemas de gerenciamento e reabastecimento de estoque sob responsabilidade do fornecedor. Os estoques são reabastecidos por veículos, a partir de um centro de distribuição. Sendo assim, não é

permitido zerar o estoque e os clientes podem ter taxas de consumo distintas, onde, por sua vez, geram periodicidades de atendimentos aleatórios. O objetivo é minimizar o número total de veículos utilizados no horizonte de tempo (NÚÑEZ-DEL-TORO *ET AL.*, 2016).

O PASM surge como um subproblema no agendamento de visitas periódicas para vendedores ambulantes do setor atacadista de alimentos, problema descrito em Polacek *et al.* (2007). Nesse problema os clientes devem receber informações sobre a variedade de produtos periodicamente, essas informações podem ser promoções, lançamento, alocação e/ou extensões das linhas de produtos. Os clientes são pequenos bares, restaurantes, conveniências e grandes lojas. Devido as diferentes características dos estabelecimentos a agenda de visitas deve ser planejada anualmente, todos os clientes devem ser visitados pelo menos uma vez por ano e alguns demandam visitas mensais, a frequência é fixa entre os atendimentos. O objetivo é apoiar a tomada de decisão referente ao agendamento das visitas. As visitas devem ser atribuídas para cada dia e uma rota deve ser elaborada para cada operador.

Outro problema relacionado por Núñez-del-Toro *et al.* (2016), acontece em transmissões de páginas de informações. Cada página possui uma periodicidade e deve ser agendada em canais compatíveis à transmissão dela, por período. O objetivo, nesse problema, é criar agendas de transmissões em um número mínimo de canais.

Em algumas aplicações, os Problemas de Agendamento de Serviços Multiperíodo, não surgem como componentes centrais. Por exemplo, em problemas de Roteamento Periódico de Veículos (*Periodic Vehicle Routing Problem – PVRP*), problemas de Roteamento Periódico e Capacitado em Arcos (PCARP), ou, ainda, problemas de Roteamento de Inventário (*Inventory-routing Problem – IRP*). Núñez-del-Toro *et al.* (2016), enfatiza que:

[...] as decisões adicionais a serem tomadas nessas aplicações geralmente resultam em problemas consideravelmente diferentes, exigindo diferentes abordagens de modelagem e resultando em soluções diferentes. Por exemplo, minimizar o deslocamento dos veículos não necessariamente minimiza o número total de viagens, isto é, o número de operadores [...]. (NÚÑEZ-DEL-TORO *et al.*, 2016, p. 753, tradução nossa).



Nesse aspecto, os PASM's podem ser vistos como uma decisão tática, relacionada a esses problemas.

## 2.4 MODELOS JÁ PROPOSTOS

Nesse tópico são descritas as formulações matemáticas PASM da literatura, ao todo são quatro formulações propostas no trabalho seminal de Núñez-del-Toro (2015) e exploradas posteriormente nos trabalhos de Núñez-del-Toro *et al.* (2016) e Fernández, Kalcsics e Núñez-del-Toro (2017).

### 2.4.1 Modelos com política de serviço periódico - SP

A seguir, são descritos os Problemas de Agendamentos de Serviços Multiperíodo - P-PASM, baseados em política periódica.

Variáveis de decisão:

$$\forall i \in I, t \in T,$$

$$x_i^t = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ é visitado no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\forall i \in I, k \in K, t \in T,$$

$$y_{ik}^t = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ é visitado pelo operado } k \text{ no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\forall k \in K, t \in T,$$

$$z_k^t = \begin{cases} 1, & \text{se o operador } k \text{ é utilizado no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Modelo P-PASM baseado em clientes:

$$\text{Min } Z(SP) = \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} z_k^t \quad (2)$$

Sujeito à:

$$\sum_{t=1}^{t_i} x_i^t = 1 \quad i \in I \quad (3)$$

$$x_i^t = x_i^{t+t_i} \quad i \in I, t \in \{1, \dots, |T| - t_i\} \quad (4)$$

$$x_i^t = \sum_{k \in K} y_{ik}^t \quad i \in I, t \in T \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ik}^t \leq Qz_k^t \quad k \in K, t \in T \quad (6)$$

$$Qz_k^t \leq \sum_{i \in I} y_{i,k-1}^t \quad k \in K \setminus \{1\}, t \in T \quad (7)$$

$$x_i^t, y_{ik}^t, z_k^t \in \{0,1\} \quad i \in I, k \in K, t \in T \quad (8)$$

No modelo matemático acima, (2) descreve a função objetivo que consiste em minimizar o número total de operadores utilizados, no horizonte de tempo  $T$ . As restrições (3) garantem que a primeira visita ao cliente  $i$  ocorra até  $t_i$  períodos, já as visitas consecutivas, são asseguradas em (4). As restrições (5) garantem que se um cliente é visitado em um período  $t$ , sua visita é atribuída a um operador  $k$ . As restrições (6), são referentes a capacidade dos operadores, que deve ser respeitada em todos os períodos de tempos  $t \in T$ . As restrições (7) impõem que o operador  $k$  só seja acionado no período  $t$ , se os operadores  $1, \dots, k-1$ , tiverem suas capacidades esgotadas no período  $t$ . E por fim, (8) define as variáveis como binárias.

Se, empregado um número pequeno de operadores  $|K|$  com capacidades  $Q < |I|$ , possivelmente será gerado problemas infactíveis. Para tanto, a condição necessária para garantir problemas factíveis é garantir que o número de operadores seja  $|K| \geq \left\lceil \frac{|I|}{Q} \right\rceil$  (NÚÑEZ-DEL-TORO, 2015).

Outra formulação proposta por Fernández, Kalcsics e Núñez-del-Toro (2017), parte do pressuposto de que, se existem vários clientes com o mesmo intervalo de serviço, os mesmos, podem ser agrupados em classes de clientes. Assim, clientes que pertencem à mesma classe, compartilham intervalos de atendimento  $t_i$  iguais. Define-se  $J$  como o índice do conjunto de classes, em que  $|J| \leq |I|$ .

Define-se também que, para cada  $j \in J$ ,  $u_j$  é o intervalo de serviço da classe  $j$ , i.e., o intervalo de serviço que os clientes da classe  $j$  compartilham, e  $w_j$  representa o tamanho da classe  $j$ , o número de clientes pertencentes a classe  $j$  com intervalo de serviço igual a  $u_j$ .

As variáveis de decisão para esse modelo são:

$$\forall j \in J, t \in T,$$

$x_j^t$  = número de clientes da classe  $j$  atendidos no período  $t$ .

$$\forall j \in J, k \in K, t \in T,$$

$y_{jk}^t$  = número de clientes da classe  $j$  atendidos pelo operador  $k$  no período  $t$ .

$$\forall k \in K, t \in T,$$

$z_k^t = \begin{cases} 1, & \text{se o operador } k \text{ é utilizado no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

Modelo P-PASM baseado em classes de clientes:

$$\text{Min } Z(SP^c) = \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} z_k^t \quad (9)$$

Sujeito à:

$$\sum_{t=1}^{u_j} x_j^t = w_j \quad j \in J \quad (10)$$

$$x_j^t = x_j^{t+u_j} \quad j \in J, t \in \{1, \dots, |T| - u_j\} \quad (11)$$

$$x_j^t = \sum_{k \in K} y_{jk}^t \quad j \in J, t \in T \quad (12)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk}^t \leq Qz_k^t \quad k \in K, t \in T \quad (13)$$

$$Qz_k^t \leq \sum_{j \in J} y_{j,k-1}^t \quad k \in K \setminus \{1\}, t \in T \quad (14)$$

$$z_k^t \in \{0,1\} \quad k \in K, t \in T \quad (15)$$

$$x_j^t, y_{jk}^t \in \mathbb{Z}_+ \quad j \in J, k \in K, t \in T \quad (16)$$

O objetivo para o modelo  $SP^c$  (9) é minimizar o número de operadores. As restrições (10) asseguram que todos os clientes de todas as classes  $J$ , sejam atendidos dentro de seu respectivo intervalo de serviço  $u_j$ . Enquanto, atendimentos

consecutivos, ficam garantidos pelas restrições (11). Já as restrições (12), atribuem um operador às visitas realizadas aos clientes em um período  $t$ . As restrições (13) asseguram que os operadores não irão ter suas capacidades violadas em nenhum período de tempo  $t$ . As restrições (14), por sua vez, permanecem as mesmas do modelo P-PASM, baseado em clientes. Em (15) as variáveis  $z_k^t$  são definidas como binárias. E, por fim, (16) garante a integralidade das variáveis  $x_j^t$  e  $y_{jk}^t$ .

Os modelos  $PS$  e  $PS^c$ , seguem as mesmas características, o que os diferem é a abordagem em classes ou clientes. A abordagem em classes de clientes, gera uma redução no número de variáveis e restrições, que, por sua vez, podem gerar um menor esforço computacional. Para evidenciar essa redução, será retomado o exemplo utilizado nesse capítulo. As características para os modelos  $PS$  e  $PS^c$ , são descritas no QUADRO 1.

QUADRO 1 - CARACTERÍSTICAS PARA OS MODELOS SP E SP<sup>c</sup>

	SP	SP <sup>c</sup>
Tempo  T	12	12
Número de operadores  K	2	2
Capacidade Q	3	3
Cientes  I	4	4
Classes J	--	3

FONTE: O Autor (2021).

Os intervalos de serviços para os quatro clientes são:  $t_1 = 2$ ,  $t_2 = 3$ ,  $t_3 = 4$ , e,  $t_4 = 3$  períodos, gerando assim três classes com  $w_1 = 1$ ,  $w_2 = 2$  e  $w_3 = 1$  clientes por classe. A redução no número de variáveis e restrições, pode ser visto na TABELA 1.

TABELA 1 - NÚMERO DE VARIÁVEIS E RESTRIÇÕES

Formulação	Variáveis	Restrições
SP	$ T  [ I  ( K  + 1) +  K ] = 168$	$ I  - \sum_{i \in I} t_i +  T  (2 I  + 2 K  - 1) = 124$
SP <sup>c</sup>	$ T  [ J  ( K  + 1) +  K ] = 132$	$ J  - \sum_{j \in J} u_j +  T  (2 J  + 2 K  - 1) = 102$

FONTE: O autor (2021).

Observa-se que houve uma redução de 26,19% no número de variáveis de decisão e uma redução de 17,74% no número de restrições na formulação  $SP^c$ . Sob a ótica da otimização, uma das características que podem aumentar a dificuldade de resolução de Problemas de Programação Linear Inteira pode estar associada ao

número de variáveis inteiras. Em geral, quanto maior esse número, mais difícil pode ser sua resolução de forma exata. Nesse sentido o modelo  $SP^c$  tende a torna-se uma formulação mais eficiente e fácil de ser resolvida em comparação ao modelo  $SP$ .

#### 2.4.2 Modelos com política de serviço aperiódico – SA

Para os modelos com políticas aperiódicas – SA, Núñez-del-Toro (2015) propõe um parâmetro auxiliar. Partindo-se do pressuposto de que, um cliente  $i$  é visitado no período  $t$ , então, a próxima visita deve ocorrer no máximo em  $m_i^t = \min\{t_i, |T| - t\}$  períodos depois. O conjunto  $H_i^t = \{1, \dots, m_i^t\}$  é formado pelos períodos aptos ao atendimento ao cliente  $i \in I$  após a visita no período  $t \in \{0, \dots, |T| - 1\}$ .

Desse modo, as variáveis para o Problema de Agendamento de Serviços Multiperíodo - A-PASM, baseado em política aperiódica, são:

$$\forall i \in I, t \in T,$$

$$x_i^t = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ é visitado no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\forall i \in I, k \in K, t \in T,$$

$$y_{ik}^t = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ é visitado pelo operado } k \text{ no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\forall k \in K, t \in T,$$

$$z_k^t = \begin{cases} 1, & \text{se o operador } k \text{ é utilizado no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\forall i \in I, t \in \{0, \dots, |T| - 1\}, h \in H_i^t,$$

$$f_i^{th} = \begin{cases} 1, & \text{se } t \text{ e } t + h \text{ são períodos de serviços consecutivos para o cliente } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Modelo A-PASM baseado em clientes:

$$\text{Min } Z(SA) = \beta \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} z_k^t + (1 - \beta) \sum_{i \in I} \sum_{t=1}^{|T|-1} \sum_{h=1}^{m_i^t} (t_i - h) f_i^{th} \quad (17)$$

Sujeito à:

$$\sum_{h=1}^{t_i} f_i^{0h} \geq 1 \quad i \in I \quad (18)$$

$$x_i^t \leq \sum_{h=1}^{t_i} x_i^{t+h} \quad i \in I, t \in \{0, \dots, |T| - t_i\} \quad (19)$$

$$x_i^t = \sum_{h=1}^{t_i} f_i^{th} \quad i \in I, t \in \{0, \dots, |T| - t_i\} \quad (20)$$

$$\sum_{h=1}^{m_i^t} f_i^{th} \leq x_i^t \quad i \in I, t \in \{|T| - t_i + 1, \dots, |T| - 1\} \quad (21)$$

$$x_i^t + x_i^{t+h} \leq \sum_{s=1}^{h-1} x_i^{t+s} + f_i^{th} + 1 \quad i \in I, t \in \{0, \dots, |T| - 1\}, h \in H_i^t \quad (22)$$

$$z_k^t \leq \sum_{i \in I} y_{ik}^t \quad k \in K, t \in T \quad (23)$$

$$x_i^t = \sum_{k \in K} y_{ik}^t \quad i \in I, t \in T \quad (24)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ik}^t \leq Qz_k^t \quad k \in K, t \in T \quad (25)$$

$$Qz_k^t \leq \sum_{i \in I} y_{i,k-1}^t \quad k \in K \setminus \{1\}, t \in T \quad (26)$$

$$x_i^t, y_{ik}^t, z_k^t, f_i^{th} \in \{0,1\} \quad i \in I, k \in K, t \in T, h \in H_i^t \quad (27)$$

Em SA, a função objetivo (17) é formada por duas parcelas, minimizar o número de operadores e a precocidade total. O parâmetro  $\beta \in [0,1]$ , considera, ambas as parcelas em diferentes proporções. As restrições (18) asseguram que a primeira visita para cada cliente  $i \in I$ , ocorram até o período de serviço  $t_i$ . As restrições (19), garantem que duas visitas sucessivas ao cliente  $i$  não exceda o intervalo de serviço  $t_i$ . As restrições (20) e (21) são restrições lógicas que relacionam as variáveis  $x$  e  $f$ .

Se o cliente  $i$ , é visitado em  $t$ , então, a próxima visita deve ocorrer no máximo  $t_i$  períodos após  $t$ . Essa condição, é assegurada pelas restrições (20). As restrições (22) garantem que as variáveis  $f$  assumam valor igual a um se, e somente se, após o cliente  $i$  ser visitado em  $t$  ocorra outra visita dentro do intervalo  $[t, t + h]$ . As restrições (23) asseguram que um cliente  $i$  só será visitado por um operador ativo. As restrições (24) atribuem um operador as visitas realizadas aos clientes  $i$  em um período  $t$ . As restrições (25) e (26) possuem o mesmo significado que as restrições (13) e (14) do modelo P-PASM. E, por fim, as restrições (27) impõe que as variáveis  $x_i^t, y_{ik}^t, z_k^t$  e  $f_i^{th}$  sejam binárias.

Núñez-del-Toro *et al.* (2016) propõe uma formulação baseada em classes de clientes para o A-PASM. As características dessa formulação são semelhantes à formulação do P-PASM, baseada em classes de clientes, já descrita.

Alguns parâmetros são adaptados para esse novo modelo, sendo eles:

- $m_j^t = \min\{u_j, |T| - t\}$ : número de períodos possíveis para visitar clientes da classe  $j \in J$  após o período  $t \in \{0, \dots, |T| - 1\}$ ;
- $H_j^t = \{1, \dots, m_j^t\}$ : conjunto de períodos possíveis para visitar clientes da classe  $j \in J$  após o período  $t \in \{0, \dots, |T| - 1\}$ ;
- $p_j^t = \min\{u_j, t\}$ : número de possíveis períodos para visitar clientes da classe  $j \in J$  antes do período  $t \in T$ .

As variáveis de decisão são:

$$\forall j \in J, t \in T,$$

$x_j^t$  = número de clientes da classe  $j$  atendidos no período  $t$ .

$$\forall j \in J, k \in K, t \in T,$$

$y_{jk}^t$  = número de clientes da classe  $j$  atendidos pelo operador  $k$  no período  $t$ .

$$\forall k \in K, t \in T,$$

$$z_k^t = \begin{cases} 1, & \text{se o operador } k \text{ é utilizado no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\forall j \in J, t \in \{0, \dots, |T| - 1\}, h \in H_j^t,$$

$f_j^{th}$  = número de clientes da classe  $j$  atendido no período  $t$  e  $t + h$ .

Modelo A-PASM baseado em classes de clientes:

$$\text{Min } Z(SA^c) = \beta \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} z_k^t + (1 - \beta) \sum_{j \in J} \sum_{t=1}^{|T|-1} \sum_{h=1}^{m_j^t} (u_j - h) f_j^{th} \quad (28)$$

Sujeito à:

$$\sum_{h=1}^{u_j} f_j^{0h} = w_j \quad j \in J \quad (29)$$

$$x_j^t = \sum_{h=1}^{u_j} f_j^{th} \quad j \in J, t \in \{0, \dots, |T| - u_j\} \quad (30)$$

$$\sum_{h=1}^{m_j^t} f_j^{th} \leq x_j^t \quad j \in J, t \in \{|T| - u_j + 1, \dots, |T| - 1\} \quad (31)$$

$$\sum_{h=1}^{p_j^t} f_j^{t-h,h} = x_j^t \quad j \in J, t \in T \quad (32)$$

$$z_k^t \leq \sum_{j \in J} y_{jk}^t \quad k \in K, t \in T \quad (33)$$

$$x_j^t = \sum_{k \in K} y_{jk}^t \quad j \in J, t \in T \quad (34)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk}^t \leq Q z_k^t \quad k \in K, t \in T \quad (35)$$

$$Q z_k^t \leq \sum_{j \in J} y_{j,k-1}^t \quad k \in K \setminus \{1\}, t \in T \quad (36)$$

$$z_k^t \in \{0, 1\} \quad k \in K, t \in T \quad (37)$$

$$x_j^t, y_{jk}^t, f_j^{th} \in \mathbb{Z}_+ \quad j \in J, k \in K, t \in T, h \in H_j^t \quad (38)$$



Em  $SA^c$ , o objetivo (28) é minimizar o número de operadores e o número de atendimentos precoces. O parâmetro  $\beta \in [0,1]$ , define os objetivos em diferentes proporções. As restrições (29) asseguram que o primeiro atendimento ocorra dentro do intervalo de serviço  $u_j$ . As restrições (30) e (31) são restrições lógicas, que relacionam as variáveis  $x$  e  $f$ . As restrições (32) garantem que clientes da classe  $j$ , atendidos no período  $t$ , tenham serviços adiantados no máximo em  $p_j^t$  períodos após o último atendimento. As restrições (33) asseguram que os clientes só serão visitados por operadores ativos. As restrições (34) garante que se o cliente foi atendido no período  $t$  algum operador ativo realizou o atendimento. A capacidade dos operadores é respeitada nas restrições (35). As restrições (36) asseguram que o operador  $k$  será considerado apto se, e somente se, os operadores  $1, 2, \dots, k - 1$  tenham suas capacidades esgotadas no período  $t$ . As restrições (37) definem as variáveis  $z_k^t$  como binárias. As restrições (38) reforçam a integralidade das variáveis  $x_j^t, y_j^t$  e  $f_j^{th}$ .

### 3 PROBLEMA DE AGENDAMENTO DE MÚLTIPLOS SERVIÇOS MULTIPERÍODO - PAMSM

Pesquisas em problemas de agendamentos de serviços multiperíodo são recentes, tornando necessário aproximar os modelos acadêmicos de aplicações reais e complexas. Os modelos já propostos na literatura, no melhor de nosso conhecimento, não são capazes de programar o agendamento de múltiplos serviços. Aplicações desse tipo ocorrem, por exemplo, com empresas prestadoras de serviços terceirizados.

Nesse sentido, as formulações propostas nesse trabalho consideram agendas mais realistas, onde o PASM é generalizado para atender múltiplos serviços. Esses novos modelos foram denominados Problema de Agendamento de Múltiplos Serviços Multiperíodo – PAMSM (*Multi-Period Multi-Service Scheduling Problem - MMSSP*). O agendamento de vários serviços é mais complexo em comparação ao agendamento de um único serviço, visto que envolvem um número maior de variáveis e restrições.

O PAMSM, envolve a atribuição de um conjunto de operadores (recursos) para atender um conjunto de serviços requeridos periodicamente por um cliente, dentro de um horizonte de planejamento. É considerado que os operadores podem possuir diferentes qualificações e capacidades para atender os serviços. A execução de cada serviço não excede um período do horizonte de tempo e um cliente pode possuir mais de uma demanda por período.

O PAMSM surge especialmente no contexto de empresas prestadoras de serviços terceirizados. Em alguns casos uma única empresa pode prestar diversos serviços para seus clientes, por exemplo, serviços de manutenção, limpeza, jardinagem, recepção, portaria, segurança, serviços de recursos humanos, reabastecimento e/ou coleta, entre outros. É crucial que a empresa prestadora dos serviços gerencie com eficiência seus recursos para atender os diferentes serviços requisitados pelos clientes. Os trabalhadores podem possuir habilidades e/ou capacidades diferentes e devem ser atribuídos de forma atender todas as necessidades dos clientes. Os serviços podem ser rápidos, em alguns casos exigindo apenas algumas horas ou mais complexos exigindo até um dia todo de serviço, destaca-se que nenhum serviço excede um período do horizonte de tempo. As decisões de agendamento de quando e quais trabalhadores devem servir cada

demanda em um horizonte de planejamento discreto é uma tarefa computacionalmente difícil.

Outras aplicações que podem envolver a programação de trabalhadores com habilidades e capacidades heterogêneas incluem agendamento de múltiplos serviços de manutenção, call center, agendamento de múltiplas consultas em hospitais e agendamento de vários processadores. Nesses problemas considera-se diferentes cargas de trabalhos e habilidades dos operadores. Os PAMSM surgem também no setor de serviços de saúde domiciliar onde é necessário agendar os trabalhadores para atendimentos domiciliares dos pacientes e cada paciente pode requerer a visita de um ou múltiplos profissionais com diferentes capacitações. Por exemplo, visitas de médico da família, enfermeiro, assistente social, psicólogo e agentes de saúde e/ou endemia. Aqui, os serviços são tipicamente de curta duração e demandam visitas periódicas para acompanhamento do paciente.

### 3.1 MODELOS PROPOSTOS PARA O PAMSM

Dado um horizonte de tempo  $T$ ,  $|T|$  expressa a duração do horizonte de tempo. O conjunto de clientes é denotado por  $I$  e  $J$  indica o conjunto de atividades/serviços,  $t_{ij} \in \mathbb{N}$  indica a duração máxima entre duas visitas consecutivas ao cliente  $i$  para ser atendido a atividade  $j$ . O conjunto de operadores é representado por  $K$ , onde  $Q_{kj}$  é a capacidade do operador  $k$  para atender a atividade  $j$ ,  $Q_{kj}$  expressa o número de clientes que o operador  $k$  pode atender em um período  $t \in T$ , podendo variar de acordo com o tipo de atividade atendida pelo operador. Pressupõem-se que todos os clientes  $i$  foram atendidos antes do início do horizonte de tempo  $T$ .

O objetivo é definir uma agenda de serviços, onde para cada cliente  $i$  é determinado uma sequência ordenada de visitas, tal que o período entre duas visitas consecutivas para a execução da atividade  $j$  não exceda o intervalo de serviço  $t_{ij}$ , essa sequência é denominada calendário de visitas do cliente  $i$  para a atividade  $j$  ( $C_{ij} \subset T$ ),  $C_{ij}$  representa o conjunto de dias que o cliente  $i$  terá a atividade  $j$  atendida. Um *cluster* de serviços é um conjunto de clientes que tiveram a atividade  $j$  atendida no período  $t$  pelo mesmo operador  $k$ . O tamanho dos *clusters* não devem exceder a capacidade do operador para aquela atividade.

A decisão tomada pelo modelo PAMSM é determinar para cada cliente  $i$  um calendário de visitas para cada atividade  $j$  requerida. Estabelecendo assim uma

agenda de serviços (cronograma)  $S = \{C_{ij}: i \in I, j \in J\}$ ; atribuindo um conjunto de clientes a um operador, respeitando a capacidade  $Q_{ij}$ .

A seguir são descritas quatro formulações matemáticas propostas nessa tese. As duas primeiras formulações consideram política de serviços periódicos, no qual os períodos entre dois atendimentos são fixos e não é permitido adiantamento ou atraso no atendimento do serviço. As formulações seguintes consideram política de serviços aperiódicos, em que é permitido o atendimento antecipado dos clientes, mas não é permitido atrasos no atendimento.

### 3.1.1 PAMSM com Política de Serviços Periódicos - P-PAMSM

Para o modelo PAMSM são necessários definir quatro novos conjuntos, sendo eles:

- $A_i$ : que representa o conjunto de atividades  $j$  demandadas pelo cliente  $i$ ,  $\forall i \in I$ ;
- $B_j$ : o conjunto de operadores  $k$  que podem atender ao serviço  $j$ ,  $\forall j \in J$ ;
- $C_k$ : é o conjunto de atividades  $j$  servidas pelo operador  $k$ ,  $\forall k \in K$ ;
- $D_j$ : o conjunto de clientes  $i$  que requerem a atividade  $j$ ,  $\forall j \in J$ .

As variáveis para o Problema de Agendamento de Múltiplos Serviços Multiperíodo (P-PAMSM), baseado em política periódica e clientes, são:

$$\begin{aligned} & \forall i \in I, j \in J, t \in T, \\ x_{ij}^t &= \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ tem a atividade } j \text{ servida no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \\ & \forall i \in I, k \in K, j \in J, t \in T, \\ y_{ikj}^t &= \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } i \text{ é visitado pelo operador } k \text{ para atender a atividade } j \text{ no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \\ & \forall k \in K, t \in T, \\ o_k^t &= \begin{cases} 1, & \text{se o operador } k \text{ é utilizado no período } t \text{ para realizar qualquer atividade } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \end{aligned}$$

Modelo P-PAMSM baseado em clientes:

$$\text{Min } Z(\text{SP}) = \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} O_k^t \quad (39)$$

Sujeito à:

$$\sum_{t=1}^{t_{ij}} x_{ij}^t = 1 \quad i \in I, j \in A_i \quad (40)$$

$$x_{ij}^t = x_{ij}^{t+t_{ij}} \quad i \in I, j \in A_i, t \in \{1, \dots, |T| - t_{ij}\} \quad (41)$$

$$x_{ij}^t = \sum_{k \in B_j} y_{ikj}^t \quad i \in I, j \in A_i, t \in T \quad (42)$$

$$\sum_{i \in D_j} y_{ikj}^t \leq Q_{kj} \quad k \in K, j \in C_k, t \in T \quad (43)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in A_i} y_{ikj}^t \leq M O_k^t \quad k \in K, t \in T \quad (44)$$

$$x_{ij}^t, y_{ikj}^t, O_k^t \in \{0,1\} \quad i \in I, j \in J, k \in K, t \in T \quad (45)$$

Na formulação proposta, (39) descreve a função objetivo, que consiste em minimizar o número total de operadores utilizados no horizonte de tempo  $T$ . As restrições (40) garantem que a primeira visita deve ocorrer até  $t_{ij}$  para cada cliente  $i$  atividade  $j$  e as demais visitas devem ser respeitadas devido às restrições (41). As restrições (42) asseguram que, se um cliente  $i$  é visitado em um período  $t$  para ter sua atividade  $j$  servida, algum operador  $k$  deve realizar a tarefa. As restrições (43), são referentes à limitação das capacidades dos operadores. As restrições (44), efetivam a utilização do operador  $k$ , se o mesmo realizou o atendimento de qualquer atividade  $j$  no período  $t$  é somado a função objetivo o uso do operador  $k$ . O valor  $M$  é limitado inferiormente pela soma de todos os clientes que dependem da atividade  $j$ , as quais são atendidas pelo operador  $k, \forall j \in C_k$ . As demais restrições (45) definem o domínio das variáveis.

As restrições (7) do modelo P-PASM apresentado por Núñez-del-Toro (2015) são excluídas nos modelos aqui propostos, uma vez que, em algumas instâncias se

faz necessário o uso de um operador  $k$ , antes mesmo da capacidade do operador  $k - 1$  ser totalmente utilizada. Por exemplo, dado uma instância onde o operador  $k - 1$  não atende a atividade  $j$ , logo é necessário acionar um outro operador  $k$  ( $k, k + 1, \dots, K$ ) para atender esta atividade.

Partindo da ideia explorada em Núñez-del-Toro (2015) e Núñez-del-Toro *et al* (2016) de que, se existem clientes com intervalos de serviços iguais, esses, podem ser agrupados em classes. É proposto uma formulação baseada em classes de atividades e clientes para o P-PAMSM.

Clientes que demandam a mesma atividade  $j$  e compartilham intervalos de atendimentos  $t_{ij}$  iguais pertencem à mesma classe. Define-se:

- $L_j$  representa o conjunto de classes de clientes que demandam a mesma atividade  $j$ ,  $\forall j \in J$ ;
- $|L_j|$  indica o número de subclasses de  $L_j$ , uma subclasse  $l$  é formada por um conjunto de clientes que possuem intervalos de serviços  $t_{ij}$  iguais para a atividade  $j$ ;
- $\forall l \in L_j$ ,  $u_{jl}$  é o intervalo de serviços para a subclasse  $l$  atividade  $j$ ;
- $w_{jl}$  representa o tamanho da classe, i.e., o número de clientes que compartilham o mesmo intervalo de serviço  $u_{jl}$ .

As variáveis para o Problema de Agendamento de Múltiplos Serviços Multiperíodo baseado em política periódica e classes de clientes (P – PAMSM<sup>c</sup>), são:

$$\forall j \in J, l \in L_j, t \in T,$$

$x_{jl}^t$  = número de clientes da subclasse  $l$  atendidos no período  $t$  para a atividade  $j$ .

$$\forall k \in K, j \in J, l \in L_j, t \in T,$$

$y_{kjl}^t$  = número de clientes da subclasse  $l$  atividade  $j$  atendidos pelo operador  $k$  no período  $t$ .

$$\forall k \in K, t \in T,$$

$$O_k^t = \begin{cases} 1, & \text{se o operador } k \text{ é utilizado no período } t \text{ para realizar qualquer atividade } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Modelo P-PAMSM<sup>c</sup> baseado em classes:

$$\text{Min } Z (SP^C) = \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} O_k^t \quad (46)$$

Sujeito à:

$$\sum_{t=1}^{u_{jl}} x_{jl}^t = w_{jl} \quad j \in J, l \in L_j \quad (47)$$

$$x_{jl}^t = x_{jl}^{t+u_{jl}} \quad j \in J, l \in L_j, t \in \{1, \dots, |T| - u_{jl}\} \quad (48)$$

$$x_{jl}^t = \sum_{k \in B_j} y_{kjl}^t \quad j \in J, l \in L_j, t \in T \quad (49)$$

$$\sum_{l \in L_j} y_{kjl}^t \leq Q_{kj} \quad k \in K, j \in C_k, t \in T \quad (50)$$

$$\sum_{j \in C_k} \sum_{l \in L_j} y_{kjl}^t \leq M O_k^t \quad k \in K, t \in T \quad (51)$$

$$O_k^t \in \{0,1\} \quad k \in K, t \in T \quad (52)$$

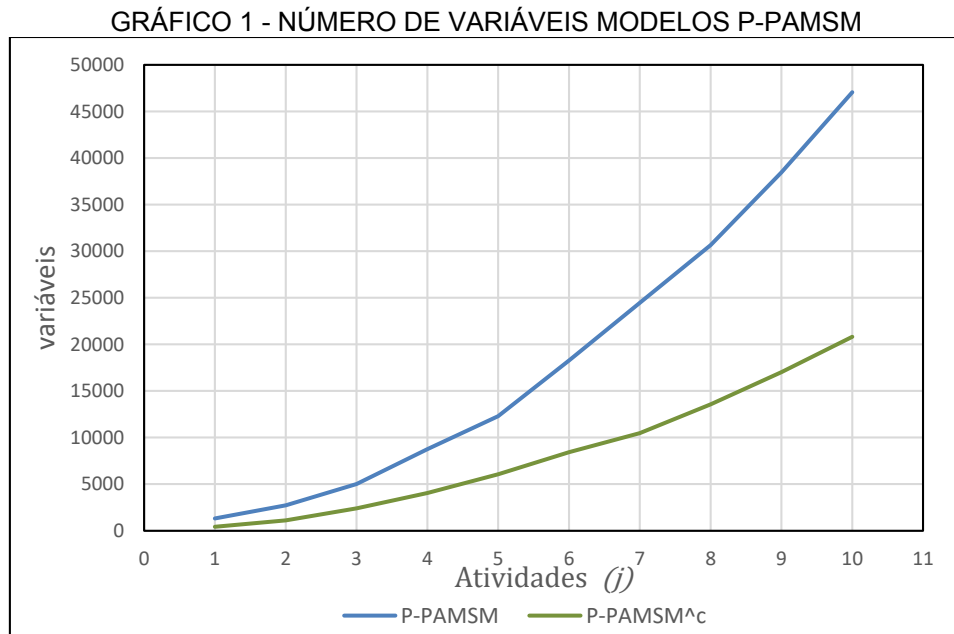
$$x_{jl}^t, y_{kjl}^t \in \mathbb{Z}_+ \quad j \in J, l \in L_j, k \in K, t \in T \quad (53)$$

O objetivo para o modelo  $P - PAMSM^c$  (46), é minimizar o número total de operadores utilizados no horizonte de tempo  $T$ . As restrições (47) asseguram que todos os clientes de todas as subclasses  $l \in L_j$ , sejam atendidos dentro de seu respectivo intervalo de serviço  $u_{jl}$ . Enquanto os atendimentos consecutivos ficam garantidos pelas restrições (48). A atribuição de operadores à visitas realizadas em um período  $t$  é garantido nas restrições (49). As restrições (50) asseguram que os operadores não irão ter suas capacidades violadas em nenhum período de tempo  $t$ . As restrições (51) efetivam a utilização do operador  $k$ , se o mesmo realizou o atendimento de qualquer atividade  $j$  no período  $t$  é somado a função objetivo o uso

do operador  $k$ . O valor  $M$  é limitado inferiormente pela soma de todos os clientes que dependem da atividade  $j$ , as quais são atendidas pelo operador  $k, \forall j \in C_k$ . Em (52) as variáveis  $O_k^t$  são definidas como binárias. E, por fim, (53) garante a integralidade das variáveis  $x_{jl}^t$  e  $y_{kjl}^t$ .

Ambos os modelos P-PAMSM e P-PAMSM<sup>c</sup> possuem o mesmo objetivo, determinar uma agenda de serviços que minimize o número total de operadores utilizado dentro do horizonte de planejamento  $T$ . O que os diferencia é a abordagem utilizada, abordagem em clientes ou classes de atividades e clientes. A formulação P-PAMSM<sup>c</sup> reduz significativamente o número de variáveis em comparação a P-PAMSM, essa redução tende a diminuir o tempo de processamento e/ou esforço computacional.

Para destacar essa redução adota-se o seguinte cenário: um conjunto de clientes  $|I| = 10$ , dentro de um horizonte de planejamento  $|T| = 30$ , intervalos de serviços  $t_i \in \{4, 5, 7\}$ , conjunto de atividades  $j \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  e operadores com capacidades fixas  $Q = 3$ . O GRÁFICO 1 ilustra a comparação entre as formulações para o cenário descrito.



FONTE: O Autor (2021).

Observa-se que, a formulação P-PAMSM<sup>c</sup> apresenta uma redução média de 56% no número de variáveis de decisão em relação a formulação P-PAMSM. Indicando que o modelo P-PAMSM<sup>c</sup> torna-se uma formulação mais eficiente e possivelmente mais fácil de ser resolvida em comparação a modelos P-PAMSM.



### 3.1.2 PAMSM com Política de Serviços Aperiódicos - A-PAMSM

Para a formulação matemática do PAMSM com política de serviços aperiódicos, além dos conjuntos  $A, B, C$  e  $D$  definidos para o P-PAMSM e P-PAMSM<sup>c</sup> é necessário definir o conjunto  $H_{ij}^t$ .

- $H_{ij}^t = \{1, \dots, m_{ij}^t\}$ : é formado pelos períodos aptos ao atendimento da atividade  $j \in J$  do cliente  $i \in I$  após a visita no período  $t \in \{0, \dots, |T| - 1\}$ .

Onde  $m_{ij}^t = \min\{t_{ij}, |T| - t\}$  indica que a próxima visita deve ocorrer, no máximo  $m_{ij}^t$  períodos depois da última visita. Desse modo, as variáveis para o Problema de Agendamento de Múltiplos Serviços Multiperíodo (A-PAMSM), baseado em política aperiódica, são as mesmas descritas para o modelo P-PAMSM com adição da variável  $f$ .

$$\forall i \in I, j \in J, t \in \{0, \dots, |T| - 1\}, h \in H_{ij}^t,$$

$$f_{ij}^{th} = \begin{cases} 1, & \text{se } t \text{ e } t + h \text{ são períodos consecutivos de serviços da atividade } j \text{ para o cliente } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Modelo A-PAMSM:

$$\text{Min } Z(SA) = \beta \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} O_k^t + (1 - \beta) \sum_{i \in I} \sum_{j \in A_i} \sum_{t=1}^{|T|-1} \sum_{h=1}^{m_{ij}^t} (t_{ij} - h) f_{ij}^{th} \quad (54)$$

Sujeito à:

$$\sum_{h=1}^{t_{ij}} f_{ij}^{0h} \geq 1 \quad i \in I, j \in A_i \quad (55)$$

$$x_{ij}^t \leq \sum_{h=1}^{t_{ij}} x_{ij}^{t+h} \quad i \in I, j \in A_i, t \in \{0, \dots, |T| - t_{ij}\} \quad (56)$$

$$x_{ij}^t = \sum_{h=1}^{t_{ij}} f_{ij}^{th} \quad i \in I, j \in A_i, t \in \{0, \dots, |T| - t_{ij}\} \quad (57)$$

$$\sum_{h=1}^{m_{ij}^t} f_{ij}^{th} \leq x_{ij}^t \quad i \in I, j \in A_i, t \in \{|T| - t_{ij} + 1, \dots, |T| - 1\} \quad (58)$$

$$x_{ij}^t + x_{ij}^{t+h} \leq \sum_{s=1}^{h-1} x_{ij}^{t+s} + f_{ij}^{th} + 1 \quad i \in I, j \in A_i, t \in \{0, \dots, |T| - 1\}, h \in H_{ij}^t \quad (59)$$

$$x_{ij}^t = \sum_{k \in B_j} y_{ikj}^t \quad i \in I, j \in A_i, t \in T \quad (60)$$

$$\sum_{i \in D_j} y_{ikj}^t \leq Q_{kj} \quad k \in K, j \in C_k, t \in T \quad (61)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in A_i} y_{ikj}^t \leq M O_k^t \quad k \in K, t \in T \quad (62)$$

$$x_{ij}^t, y_{ikj}^t, O_k^t, f_{ij}^{th} \in \{0,1\} \quad i \in I, j \in J, k \in K, t \in T, h \in H_{ij}^t \quad (63)$$

Em A-PAMSM, a função objetivo (54) é formada por duas parcelas, como objetivo de minimizar o número total de operadores e atividades antecipadas. O parâmetro  $\beta \in [0, 1]$  define o objetivo em diferentes proporções. As restrições (55) asseguram que a primeira visita para atender todas as atividades  $j \in A_i$  para cada cliente  $i \in I$  ocorra até o período de serviço  $t_{ij}$ . As restrições (56) garantem que duas visitas sucessivas ao cliente  $i$  para atender o serviço  $j$  não exceda o intervalo de serviço  $t_{ij}$ . As restrições (57) e (58) são restrições lógicas que relacionam os conjuntos das variáveis  $x$  e  $f$ . As restrições (57) asseguram que se a atividade  $j$  do cliente  $i$  é servida em  $t$ , então a próxima visita deve ocorrer no máximo  $t_{ij}$  períodos após  $t$ . As restrições (59) garante que a próxima visita ao cliente  $i$  para o serviço  $j$  após o período  $t$  ocorra entre  $t$  e  $t + h$ . As restrições (60) asseguram que se o cliente  $i$  foi atendido, então algum operador  $k$  realizou a visita. Restrições (61) são restrições de capacidade dos operadores. As restrições (62) efetivam a utilização do operador  $k$  e se o mesmo realizou o atendimento de qualquer atividade  $j$  no período  $t$  é somado na função objetivo a utilização do operador  $k$ . O valor  $M$  é limitado inferiormente pela soma de todos os clientes que dependem da atividade  $j$ , as quais são atendidas pelo operador

$k, \forall j \in C_k$ . E, por fim, a restrição (63), impõe que as variáveis  $x_{ij}^t, y_{ikj}^t, O_k^t$  e  $f_{ij}^t$  sejam todas binárias.

É proposto uma formulação baseada em classes de atividades e clientes para o A-PAMSM. Para tanto, é necessário adaptar alguns parâmetros para esse novo modelo, sendo eles:

- $L_j \forall j \in J$ ,  $u_{jl}$  e  $w_{jl}$  seguem as mesmas definições do modelo  $P - PAMSM^c$ ;
- $m_{jl}^t = \min\{u_{jl}, |T| - t\}$  indica que a próxima visita deve ocorrer no máximo  $m_{jl}^t$  períodos após a última visita, com  $t \in \{0, \dots, |T| - 1\}$ ;
- $H_{jl}^t = \{1, \dots, m_{jl}^t\}$  conjunto de possíveis períodos aptos ao atendimento de clientes da subclasse  $l \in L_j$  após o período  $t \in \{0, \dots, |T| - 1\}$ ;
- $p_{jl}^t = \min\{u_{jl}, t\}$  número de possíveis períodos para atendimento da subclasse  $l \in L_j$  antes do período  $t \in T$ .

As variáveis para o Problema de Agendamento de Múltiplos Serviços Multiperíodo baseado em política aperiódica e classes de clientes (A – PAMSM<sup>c</sup>), são:

$$\forall j \in J, l \in L_j, t \in T,$$

$x_{jl}^t$  = número de clientes da subclasse  $l$  atendidos no período  $t$  para a atividade  $j$ .

$$\forall k \in K, j \in J, l \in L_j, t \in T,$$

$y_{kjl}^t$  = número de clientes da subclasse  $l$  atividade  $j$  atendidos pelo operador  $k$  no período  $t$ .

$$\forall k \in K, t \in T,$$

$O_k^t = \begin{cases} 1, & \text{se o operador } k \text{ é utilizado no período } t \text{ para realizar qualquer atividade } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

$$\forall j \in J, l \in L_j, t \in \{0, \dots, |T| - 1\}, h \in H_{jl}^t,$$

$f_{jl}^{th}$  = número de clientes da subclasse  $l$  atendidos no período  $t$  e  $t + h$ .

Modelo A-PAMSM<sup>c</sup>:

$$\text{Min } Z(\text{SA}^c) = \beta \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} O_k^t + (1 - \beta) \sum_{j \in J} \sum_{l \in L_j} \sum_{t=1}^{|T|-1} \sum_{h=1}^{m_{jl}^t} (u_{jl} - h) f_{jl}^{th} \quad (64)$$

Sujeito à:

$$\sum_{h=1}^{u_{jl}} f_{jl}^{0h} = w_{jl} \quad j \in J, l \in L_j \quad (65)$$

$$x_{jl}^t = \sum_{h=1}^{u_{jl}} f_{jl}^{th} \quad j \in J, l \in L_j, t \in \{0, \dots, |T| - u_{jl}\} \quad (66)$$

$$\sum_{h=1}^{m_{jl}^t} f_{jl}^{th} \leq x_{jl}^t \quad j \in J, l \in L_j, t \in \{|T| - u_{jl} + 1, \dots, |T| - 1\} \quad (67)$$

$$\sum_{h=1}^{p_{jl}^t} f_{jl}^{t-h,h} = x_{jl}^t \quad j \in J, l \in L_j, t \in T \quad (68)$$

$$O_k^t \leq \sum_{j \in C_k} \sum_{l \in L_j} y_{kjl}^t \quad k \in K, t \in T \quad (69)$$

$$x_{jl}^t = \sum_{k \in B_j} y_{kjl}^t \quad j \in J, l \in L_j, t \in T \quad (70)$$

$$\sum_{l \in L_j} y_{kjl}^t \leq Q_{kj} \quad k \in K, j \in C_k, t \in T \quad (71)$$

$$\sum_{l \in L_j} y_{kjl}^t \leq MO_k^t \quad k \in K, t \in T \quad (72)$$

$$O_k^t \in \{0,1\} \quad k \in K, t \in T \quad (73)$$

$$x_{jl}^t, y_{kjl}^t, f_{jl}^{th} \in \mathbb{Z}_+ \quad i \in I, j \in J, k \in K, t \in T, h \in H_{ij}^t \quad (74)$$

No modelo A-PAMSM<sup>c</sup> o objetivo é minimizar o número total de operadores e o número de atendimentos precoces (64). O parâmetro  $\beta \in [0,1]$  define os objetivos

em diferentes proporções. As restrições (65) asseguram que o primeiro atendimento ocorra dentro do intervalo de serviço  $u_{jl}$  para todos os clientes pertencentes a subclasse  $l \in L_j$ . As restrições (66) e (67), restrições lógicas, são as que relacionam os conjuntos das variáveis  $x$  e  $f$ . As restrições (68) garantem que clientes da subclasse  $l$ , atendidos no período  $t$ , tenham serviços adiantados no máximo em  $p_{jl}^t$  períodos após o último atendimento. As restrições (69) asseguram que os clientes só serão visitados por operadores ativos. As restrições (70) garantem que se o cliente foi atendido no período  $t$ , então algum operador ativo realizou o atendimento. A capacidade dos operadores é respeitada nas restrições (71). As restrições (72) efetivam a utilização do operador  $k$ , se o mesmo realizou o atendimento de qualquer atividade  $j$  no período  $t$  é somado a função objetivo a utilização do operador. O valor  $M$  é limitado inferiormente pela soma de todos os clientes que dependem da atividade  $j$ , as quais são atendidas pelo operador  $k, \forall j \in C_k$ . Em (73) as variáveis  $O_k^t$  são definidas como binárias. E, por fim, (74) garante a integralidade das variáveis  $x_{jl}^t, y_{kjl}^t$  e  $f_{jl}^{th}$ .

## 4 ABORDAGEM DE SOLUÇÃO

Determinar solução ótima de forma exata para os PAMSM pode ser uma tarefa custosa computacionalmente, mesmo para os *softwares* comerciais modernos. Em testes preliminares para os PAMSM, *softwares* comerciais foram capazes de determinar 100% de soluções ótimas para P-PAMSM e 72% para A-PAMSM, em até 3600 segundos, para conjuntos de instâncias de pequeno porte ( $I \leq 10, J \leq 6$  e  $T = 30$ ). Em instâncias com parâmetros maiores que esses, os *softwares* apresentam dificuldade para determinar a solução ótima em 3600s. Instâncias de pequeno porte na maioria das vezes não descrevem situações reais, pois, cenários reais normalmente são retratados por instâncias de médio e grande porte. Em virtude dessa realidade, nesse trabalho, são abordados métodos heurísticos de solução para os PAMSM.

Especificamente, abordaram-se as heurísticas *relax-and-fix* (R&F) e *fix-and-optimize* (F&O), ambas baseadas na decomposição das variáveis binárias e/ou inteiras do problema original. As estratégias propostas exploram as características do problema de forma direcionada. O problema original é resolvido de forma iterativa em um número finito de subproblemas. A seguir, são descritas as heurísticas R&F, F&O e as estratégias propostas para a obtenção de soluções dos problemas baseados nas formulações dos modelos P-PAMSM, P-PAMSM<sup>c</sup>, A-PAMSM e A-PAMSM<sup>c</sup>.

### 4.1 HEURÍSTICA RELAX-AND-FIX

Métodos de decomposição baseados em relaxação são frequentemente usados para particionar um problema em subproblemas mais fáceis, onde a integralidade das variáveis ou restrições rígidas são relaxadas (NOOR-E-ALAM; DOUCETTE, 2012). A heurística *relax-and-fix*, escrita em Wolsey (1998), consiste na decomposição de um modelo de programação inteira mista (MIP) de larga escala em vários subproblemas menores disjuntos. O tamanho limitado desses problemas permite a utilização de métodos exatos para sua solução. Embora a heurística vise obter uma solução viável, ela não garante a resolução do problema de forma ótima.

Estratégias do tipo R&F têm sido utilizadas com sucesso para resolver problemas cujas decisões são tomadas ao longo de um horizonte de tempo, onde cada decisão tem um impacto nas decisões futuras. Esse impacto tende a diminuir ao longo do horizonte de tempo (OLIVEIRA *et. al*, 2014). Exemplos de utilização do R&F

pode ser encontradas em: Belvaux e Wolsey (2000), Mercé e Fontan (2003), Ferreira *et al.* (2010), Wu, Shi e Song (2012), Oliveira, Souza e Yunes (2014), Oliveita *et al.* (2014), Baena e González (2015), Roshani, Gliglio e Paolucci (2017), Chen e Hao (2018) e Oliveira e Scarpin (2017, 2020, 2021).

A heurística R&F propõe solucionar o problema em etapas, sendo que cada etapa resolve de forma exata um subproblema derivado do original. A R&F é um método de decomposição do problema original, baseado no particionamento das variáveis binárias e/ou inteiras em  $R$  conjuntos disjuntos, para resolver iterativamente uma sequência de MIP de dimensões menores. Observa-se que as variáveis são particionadas em três subconjuntos, onde apenas um desses mantém suas restrições de integralidade ou binárias, enquanto os demais conjuntos são fixados ou relaxados. O processo de relaxação das variáveis binárias consiste em torná-las contínuas no intervalo  $[0,1]$  e das variáveis inteiras em torná-las contínuas não negativas ( $\mathbb{R}_+$ ). Desse modo, a estratégia R&F é uma heurística construtiva, isto é, em cada iteração resolve-se um problema parcial fixando estrategicamente um conjunto de variáveis obtidas em iterações anteriores (OLIVEIRA; SOUZA; YUNES, 2014).

Considerando um MIP e supondo que um conjunto de variáveis binárias e/ou inteiras são particionadas em  $R$  conjuntos disjuntos  $Q^1, Q^2, \dots, Q^R$ , então resolve-se sequencialmente os  $R$  MIP, denotados por  $MIP^r$  com  $1 \leq r \leq R$ . Observa-se que  $R$  determina o número de iterações da heurística.

Primeiro, resolve-se o problema  $MIP^1$  semi-relaxado, em que variáveis pertencentes ao conjunto  $Q^1$  são mantidas binárias e/ou inteiras e relaxa-se as demais variáveis. A solução para esse problema fornece valores para as variáveis de decisões relacionadas ao conjunto  $Q^1$ . Estas serão fixadas nas iterações seguintes gerando o  $MIP^2$ . No problema  $MIP^2$  as variáveis pertencentes ao conjunto  $Q^1$  são fixadas, as pertencentes ao conjunto  $Q^2$  são mantidas inteiras e/ou binárias e relaxa-se as demais. Para um subproblema  $MIP^r$ , com  $2 \leq r \leq R$ , têm-se as variáveis associadas a  $Q^1 \cup \dots \cup Q^{r-1}$ , fixadas de acordo com as soluções obtidas na resolução dos  $MIP^r$  ( $r = 1, \dots, r - 1$ ) anteriores. Adiciona-se a restrição de integralidade, às variáveis de  $Q^r$  e mantêm-se relaxadas as variáveis de  $Q - (Q^1 \cup \dots \cup Q^r)$ .

Sabe-se que a dificuldade na resolução de problemas de otimização inteiro-misto está associada as variáveis de decisões e seus relacionamentos nas restrições. Quanto maior o número de variáveis mais difícil tende a ser sua resolução. Portanto,

a heurística R&F tem por objetivo tornar a resolução de um  $MIP^r$  mais fácil, uma vez que o número de variáveis associadas ao submodelo é menor que as associadas ao  $MIP$  original.

Com a resolução do  $MIP^R$  espera-se determinar uma solução factível para o  $MIP$  original. Uma descrição formal do algoritmo R&F pode ser observada no QUADRO 2.

QUADRO 2 - ALGORITMO CLÁSSICO RELAX-AND-FIX

```

Particione as variáveis em  $R$  conjuntos disjuntos  $Q^r, r = 1, \dots, R$ 
Para  $r = 1, \dots, R$  faça
    Relaxe as variáveis pertencentes a  $Q^i, i = r + 1, \dots, R$ 
    se  $r > 1$ 
        Fixe as variáveis pertencentes a  $Q^i, i = 1, \dots, r - 1$ , conforme a
        solução dos  $MIP^r$  anteriores
    Fim Se
    Resolva o  $MIP^r$  gerado
    se  $MIP^r$  infactível então
        O particionamento não foi capaz de determinar uma solução viável
    Exit para
    Fim Se
     $r = r + 1$ 
Fim Para
  
```

FONTE: O autor (2021).

Uma das desvantagens no uso da heurística R&F é a possibilidade de gerar uma solução inviável. Isto significa que, em uma dada iteração  $r$ , o respectivo subproblema  $MIP^r$  pode ser infactível e o método termina sem uma solução factível completa. A fim de evitar esta situação, pode-se adicionar um passo ao algoritmo clássico, que consiste em fixar parte da solução da iteração anterior e não todos os valores obtidos para as variáveis (FEDERGRUEN; MEISSNER; TZAUR, 2007). Escudeiro e Salmeron (2005) apresentam um algoritmo mais robusto para R&F denominado *Enhanced Fix-and-Relax* (EFR), nessa abordagem ao se obter uma solução infactível para o  $MIP^r$  é realizado um retrocesso, resolvendo na próxima iteração os subproblemas  $MIP^{r-1}$  e  $MIP^r$  conjuntamente. Na pior das hipóteses, esta heurística acaba por resolver o modelo original.

A escolha das partições das variáveis do  $MIP$  afetam o desempenho da heurística. Portanto, a partição do problema deve contemplar as características e



particularidades de cada problema, visando gerar soluções factíveis e de boa qualidade. Diversos métodos de partição das variáveis são apresentados na literatura. Entre esses, destaca-se a estratégia de decomposição das variáveis por períodos, proposta em Dillenbergh, Escudeiro e Wu (1994), para a resolução de um modelo de dimensionamento de lotes. Devido à facilidade de execução e bons resultados obtidos, a estratégia tem sido aludida em diversos trabalhos desde então. Outras estratégias de decomposição são apresentadas com estratégias de decomposição em períodos, itens, classes iguais e níveis (CUNHA, 2013; FERREIRA, 2007). É comum, ainda, a combinação de duas ou mais dessas estratégias para a formulação de estratégias híbridas (ULBRICHT, 2015; MERCÉ; FONTAN, 2003).

A escolha do critério de fixação das variáveis tem forte influência no grau de dificuldade do subproblema gerado, podendo até mesmo eliminar a solução ótima do *MIP* original. Para reduzir essa possibilidade, Cunha (2013) descreve uma estratégia que seleciona um conjunto de soluções mais promissoras, criando um conjunto de solução a cada iteração. O autor salienta a importância em controlar o tamanho desse conjunto, pois este pode crescer exponencialmente a cada iteração do algoritmo, essa estratégia foi chamada de *relax-and-fix Forward* Orientada a períodos com *Pool* de soluções.

## 4.2 HEURÍSTICA FIX-AND-OPTIMIZE

A heurística *Exchange* foi descrita por Pochet e Wolsey (2006) e posteriormente denominada de *fix-and-optimize* nos trabalhos de Sahling *et al.* (2009) e Helber e Sahling (2010). Assim como na heurística R&F, a heurística também é baseada na decomposição do problema original em subproblemas menores. Mas, ao contrário das estratégias R&F que utilizam relaxação linear, as estratégias F&O utilizam a fixação de um conjunto de variáveis em seus valores inteiros dado por uma solução inicial.

A F&O é uma heurística de melhoria e tem por objetivo melhorar uma solução inicial dada. A heurística propõe resolver de maneira iterativa uma série de subproblemas derivados do original. A cada iteração um subconjunto de variáveis binárias e/ou inteiras é liberado para otimização e as demais são fixadas no valor da solução incumbente. Como o número de variáveis livres do subproblema é menor do que no problema original, o tempo para solucionar o subproblema tende a ser significativamente menor (HELBER; SAHLING, 2010). Se a solução do subproblema

atual for melhor que a solução incumbente, atualiza-se a solução. Com este processo espera-se determinar uma solução de melhor qualidade que a solução inicial.

Desde o trabalho seminal de Pochet e Wolsey (2006), a heurística F&O tem sido aplicada com sucesso em problemas de planejamento e programação da produção (Pochet & Wolsey, 2006; Chen, 2015; Toledo *et al.*, 2016; Helber & Sahling, 2010; Seeanner, Almada-Lobo & Meyr, 2013). Além do ambiente de produção, a heurística F&O também tem sido aplicada em outras áreas, como por exemplo em problemas de agendamento (Dorneles *et al.*, 2014; Oliveira & Scarpin, 2021), logística (Rieck, Ehrenberg & Zimmermann, 2014; Oliveira & Scarpin, 2017, 2020; Soares *et al.*, 2019) e localização de facilidades (Moreno, Alem & Ferreira, 2016).

Dado um MIP, o qual é conhecida uma solução inicial, as variáveis de decisões são particionadas em  $R$  conjuntos disjuntos  $Q^1, Q^2, \dots, Q^R$ . Então, resolve-se sequencialmente os  $R$  MIP denotados por  $MIP^r$  com  $1 \leq r \leq R$ . Observa-se que  $R$  determina o número de iterações da heurística. Na primeira iteração, as variáveis pertencentes ao conjunto  $Q^1$  são liberadas para otimização, mantendo-se binárias ou inteiras, as variáveis dos conjuntos  $Q^2 \cup \dots \cup Q^R$  são fixadas nos valores da solução incumbente. Se a solução do subproblema  $MIP^1$  for melhor que a solução incumbente atual, esta é substituída pela solução do subproblema  $MIP^1$ . Na segunda iteração, ao se resolver o subproblema  $MIP^2$ , as variáveis dos conjuntos  $Q^1 \cup Q^3 \cup \dots \cup Q^R$  são fixadas nos valores da solução incumbente atual e as variáveis do conjunto  $Q^2$  ficam livres para otimização como na interação anterior. Assim, generalizando o procedimento, para um subproblema  $MIP^r$ ,  $1 \leq r \leq R$ , as variáveis pertencentes ao conjunto  $Q^1 \cup \dots \cup Q^{r-1} \cup Q^{r+1} \cup \dots \cup Q^R$  são fixadas na solução atual e as variáveis do conjunto  $Q^r$  ficam livres para otimização. O processo é realizado de forma iterativa até que o subproblema  $MIP^R$  seja solucionado.

A escolha e tamanho das partições do problema afetam o desempenho da heurística F&O. Assim, diferentes modos e técnicas de partição são propostos na literatura com o objetivo de obter melhor desempenho da heurística F&O. O QUADRO 3 apresenta o algoritmo clássico para a heurística *fix-and-optimize*.

QUADRO 3 - ALGORITMO CLÁSSICO FIX-AND-OPTIMIZE

```

 $S \leftarrow$  Solução inicial
Particione as variáveis em  $R$  conjuntos disjuntos  $Q^r, r = 1, \dots, R$ 
Para  $r = 1, \dots, R$  faça
    Libere para otimização variáveis pertencentes a  $Q^r$ 
    Fixe as variáveis pertencentes a  $Q - Q^r$  no valor da solução atual  $S$ 
    Resolva o  $MIP^r$  gerado, obtendo a solução  $S^r$ 
    Se  $S^r < S$  então
         $S \leftarrow S^r$ 
    Fim Se
     $r = r + 1$ 
Fim Para

```

FONTE: O autor (2021).

#### 4.3 ESTRATÉGIAS DE DECOMPOSIÇÃO PARA HEURÍSTICA RELAX-AND-FIX

Um dos fatores que possui grande influência no desempenho da R&F está associado à estratégia de decomposição escolhida. Nesta tese foram propostas duas maneiras distintas de efetuar essa operação: 1) decomposição por períodos e 2) decomposição por operadores.

As estratégias são descritas levando em consideração os modelos P-PAMSM, P-PAMSM<sup>c</sup>, A-PAMSM e A-PAMSM<sup>c</sup>. Para o processo de relaxação, optou-se pelas variáveis binárias e/ou inteiras  $x_{i,j}^t, y_{i,j,k}^t, o_k^t$  ( $\forall i \in I, j \in J, k \in K, t \in T$ ), visto que são variáveis de decisão nos modelos.

##### 4.3.1 Decomposição por Período

Nessa estratégia de decomposição os conjuntos das variáveis binárias e inteiras  $x, y$  e  $o$  foram selecionadas para serem decompostas em  $T$  subconjuntos disjuntos definidos por  $Q^t, t = 1, \dots, T$ , onde  $T$  indica o tamanho do horizonte de tempo do problema e o número de iterações da heurística. Denota-se por  $PAMSM^t$ , o subproblema associado à partição  $t$  e  $(x, y, o, f)^t$  uma solução para o subproblema  $PAMSM^t$ , com  $2 \leq t \leq T$ .

Para um subproblema  $PAMSM^t$ , as restrições (45), (52), (53), (63), (73) e (74) dos modelos P-PAMSM, P-PAMSM<sup>c</sup>, A-PAMSM e A-PAMSM<sup>c</sup>, são substituídas pelas restrições (75)-(79) descritas a seguir:

$$x_{ij}^t = x_{ij}^t \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall t \in \bigcup_{t=1, \dots, t-1} Q^t \quad (75)$$

$$y_{ijk}^t = y_{ijk}^t \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall t \in \bigcup_{t=1, \dots, t-1} Q^t \quad (76)$$

$$o_k^t = o_k^t \quad \forall k \in K, \forall t \in \bigcup_{t=1, \dots, t-1} Q^t \quad (77)$$

$$\begin{aligned} x_{ij}^t, y_{ikj}^t, o_k^t &\in \{0,1\} \\ x_{jl}^t, y_{kjl}^t &\in \mathbb{Z}_+ \end{aligned} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, l \in L_j, k \in K, \forall t \in Q^t \quad (78)$$

$$\begin{aligned} x_{ij}^t, y_{ikj}^t, o_k^t &\in [0,1] \\ x_{jl}^t, y_{kjl}^t &\in \mathbb{R}_+ \end{aligned} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, k \in K, \forall t \in \bigcup_{t=t+1, \dots, T} Q^t \quad (79)$$

Nessa nova formulação proposta as restrições (75), (76) e (77) indicam que os subproblemas  $PAMSM^t$  ( $t = 1, \dots, t-1$ ) são subproblemas já resolvidos, cujas soluções  $(x, y, o)^t$  permanecerão fixadas até a resolução do subproblema  $PAMSM^T$ . A restrição (78) indica que a  $t$ -ésima partição possui suas variáveis definidas como binárias e/ou inteiras. Por fim, a restrição (79) indica que os conjuntos das variáveis  $x, y, o \in Q^t$  ( $t = t+1, \dots, T$ ) são relaxadas.

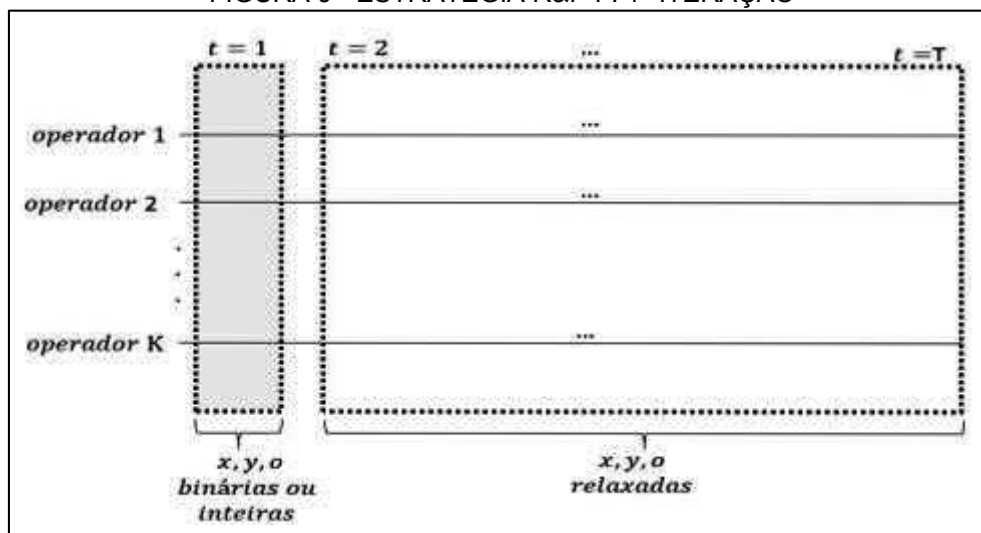
Para esse método de decomposição foram propostas três estratégias distintas para os modelos P-PAMSM e A-PAMSM, sendo elas: *relax-and-fix forward* (R&F-F), *relax-and-fix overlapping* (R&F-O) e *relax-and-fix overlapping 2* (R&F-O2).

#### 4.3.1.1 Estratégia *Relax-and-Fix Forward* - R&F-F

Os modelos PAMSM, P-PAMSM<sup>c</sup>, A-PAMSM e A-PAMSM<sup>c</sup> foram divididos em  $T$  subconjuntos  $Q^t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) a serem resolvidos de modo que cada submodelo  $PAMSM^t$  corresponda a um dia  $t$  do horizonte de tempo da agenda. Cada subproblema é resolvido sequencialmente respeitando a ordem cronológica. Inicia-se a resolução pelo subproblema  $PAMSM^1$ , que corresponde ao primeiro dia do horizonte  $T$ , e finaliza-se no subproblema  $PAMSM^T$ , correspondente ao último dia do horizonte de tempo.

Para o primeiro subproblema  $PAMSM^1$  tem-se: as variáveis com índices  $t = 1$  são mantidas binárias e/ou inteiras, enquanto as variáveis dos demais períodos,  $t = 2, \dots, T$ , são relaxadas. A FIGURA 9 ilustra a primeira iteração da heurística.

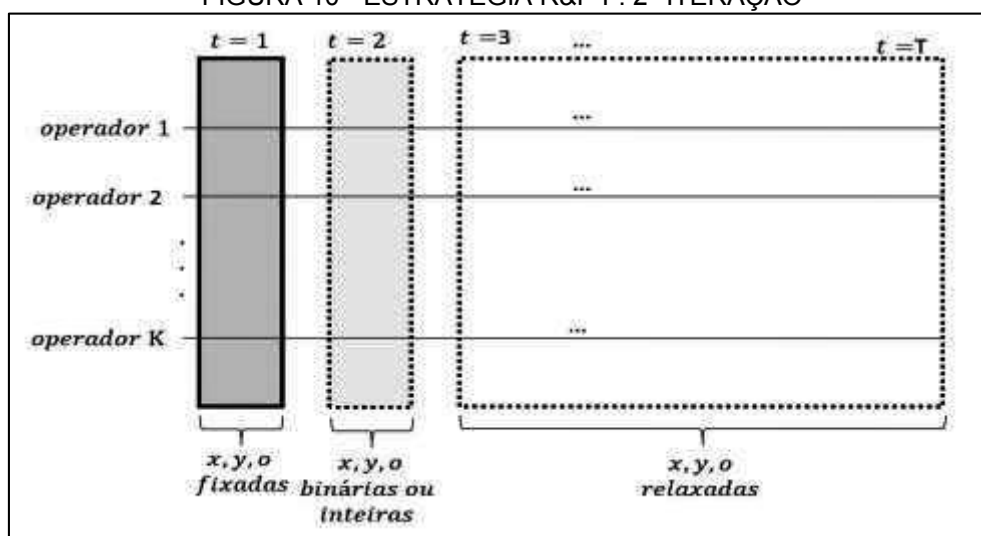
FIGURA 9 - ESTRATÉGIA R&F-F: 1ª ITERAÇÃO



FONTE: O Autor (2021).

Após a resolução do subproblema  $PAMSM^1$ , as variáveis binárias/inteiras referentes ao índice  $t = 1$  são fixadas, tornando-se parâmetros. As variáveis com índice  $t = 2$  são mantidas binárias/inteiras e as demais variáveis ( $t = 3, \dots, T$ ) são relaxadas, dando origem ao subproblema  $PAMSM^2$ . A segunda iteração da heurística é representada na FIGURA 10.

FIGURA 10 - ESTRATÉGIA R&F-F: 2ª ITERAÇÃO



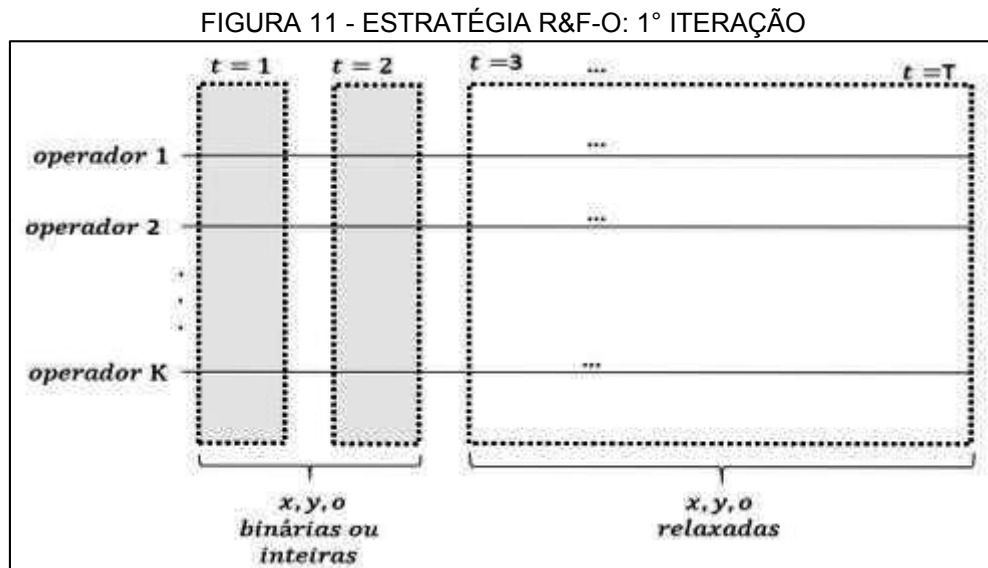
FONTE: O Autor (2021).

O processo se repete até a resolução do subproblema  $PAMSM^T$ .

#### 4.3.1.2 Estratégia *Relax-and-Fix Overlapping* – R&F- O

Esta estratégia é baseada na sobreposição de partições. Para um subproblema  $PAMSM^t$  com  $3 \leq t \leq T - 2$  tem-se: variáveis pertencentes às partições  $Q^t$  e  $Q^{t-1}$  são mantidas binárias e/ou inteiras; variáveis da partição  $Q^{t-2}$  são fixadas; as demais variáveis pertencentes a  $Q^t$  ( $t = t + 1, \dots, T - 2$ ) são relaxadas. O processo ocorre até a resolução do último subproblema.

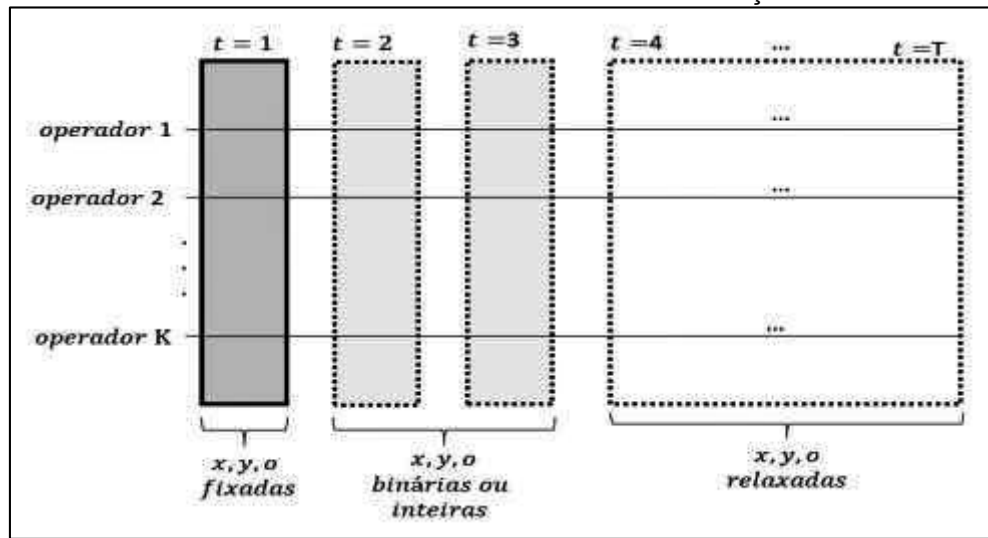
A primeira iteração para essa estratégia é ilustrada na FIGURA 11. Observa-se que as variáveis  $x, y, o \in Q^1 \cup Q^2$  são mantidas binárias/inteiras e para os demais subconjuntos ( $\cup_{t=3, \dots, T} Q^t$ ) são relaxadas.



FONTE: O Autor (2021).

A FIGURA 12 representa a segunda iteração da R&F-O. As variáveis binárias/inteiras do subconjunto  $Q^1$  são fixadas, tornando-as parâmetros. As variáveis do subconjunto  $x, y, o \in Q^2 \cup Q^3$  são mantidas binárias/inteiras e para os demais subconjuntos ( $\cup_{t=4, \dots, T} Q^t$ ) as variáveis são relaxadas.

FIGURA 12 - EATRATÉGIA R&amp;F-O: 2º ITERAÇÃO



FONTE: O Autor (2021).

A heurística avança em ordem cronológica, utilizando o procedimento de sobreposição até a resolução do último subproblema.

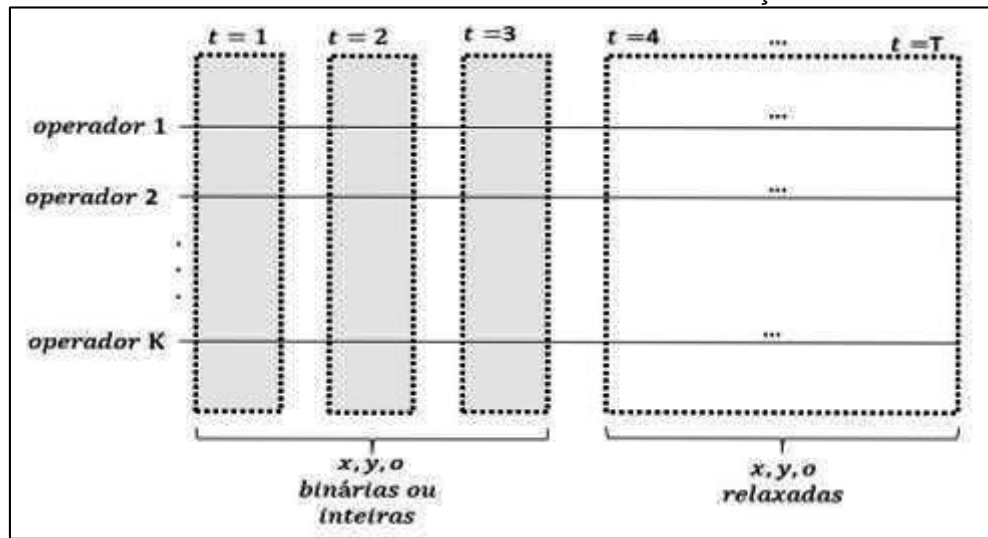
#### 4.3.1.3 Estratégia *Relax-and-Fix Overlapping* 2 – R&F-O2

Essa estratégia é similar à estratégia anterior baseada na sobreposição de partições. Nessa proposta, cada subproblema é resolvido da seguinte forma: para um subproblema  $PAMSM^t$  ( $t = 4, \dots, T - 4$ ), as variáveis pertencentes aos subconjuntos  $Q^t \cup Q^{t+1} \cup Q^{t+2}$  são mantidas binárias e/ou inteiras, as variáveis  $x, y, o \in \bigcup_{t=1, \dots, t-1} Q^t$  são fixadas de acordo com as soluções dos submodelos  $PAMSM^t$  ( $t = 1, \dots, t - 1$ ) anteriores e as variáveis para as demais partições ( $\bigcup_{t=t+1, \dots, T} Q^t$ ), são relaxadas de acordo com o critério escolhido.

O funcionamento dessa estratégia é ilustrado na FIGURA 13 e FIGURA 14. Na primeira iteração: as variáveis dos subconjuntos  $Q^1 \cup Q^2 \cup Q^3$  são binárias e as variáveis são relaxadas para os demais subconjuntos.

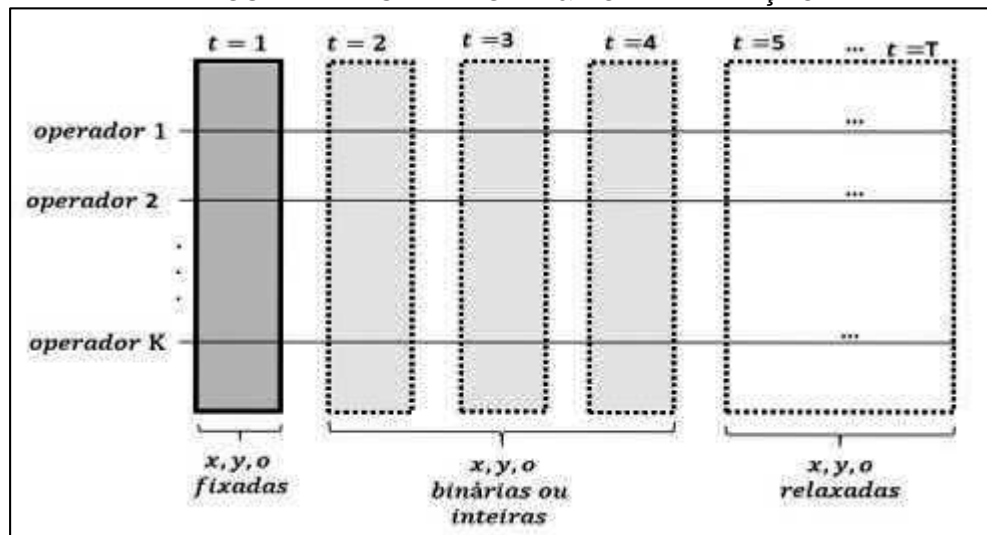
Após a resolução do submodelo  $PAMSM^1$  as variáveis do subconjunto  $Q^1$  são fixadas, as variáveis pertencentes aos subconjuntos  $Q^2, Q^3$  e  $Q^4$  são mantidas inteiras/binárias e as variáveis são relaxadas para os demais subconjuntos ( $\bigcup_{t=5, \dots, T} Q^t$ ).

FIGURA 13 - ESTRATÉGIA R&amp;F-O2: 1º ITERAÇÃO



FONTE: O Autor (2021).

FIGURA 14 - ESTRATÉGIA R&amp;F-O2: 2º ITERAÇÃO



FONTE: O Autor (2021).

#### 4.3.2 Decomposição por Operador

Nas estratégias a seguir as variáveis binárias e inteiras foram decompostas em  $K$  subconjuntos, onde  $K$  indica o número de operadores, o número de submodelos gerados e também o número de interações da heurística. O conjunto das variáveis  $y$  e  $o$  foram selecionados para decomposição nessa estratégia. Foram dividido em  $K$  subconjuntos disjuntos, definidos por  $Q^k$ ,  $k = 1, \dots, K$ . Denota-se por  $PAMSM^k$  o subproblema associado à partição  $k$  e  $(x, y, o, f)^k$  uma solução para o subproblema  $PAMSM^k$ , com  $2 \leq k \leq K$ .

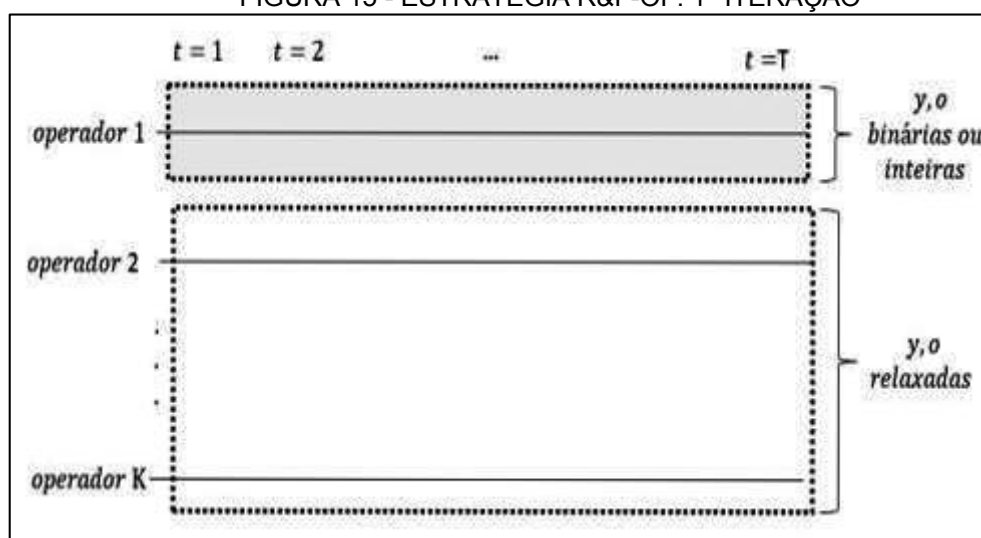


Foram propostas, ao todo, três estratégias distintas para os modelos, sendo elas: *relax-and-fix operators forward* (R&F-OF), *relax-and-fix operators overlapping* (R&F-OO) e *relax-and-fix operators overlapping 2* (R&F-OO2).

#### 4.3.2.1 Estratégia *Relax-and-fix Operators Forward* – R&F-OF

A FIGURA 15 ilustra o funcionamento dessa estratégia para o primeiro subproblema  $PAMSM^1$  gerado. As variáveis binárias  $y$  e  $o$  referentes ao índice do primeiro operador são mantidas binárias e/ou inteiras e para os demais operadores são relaxadas.

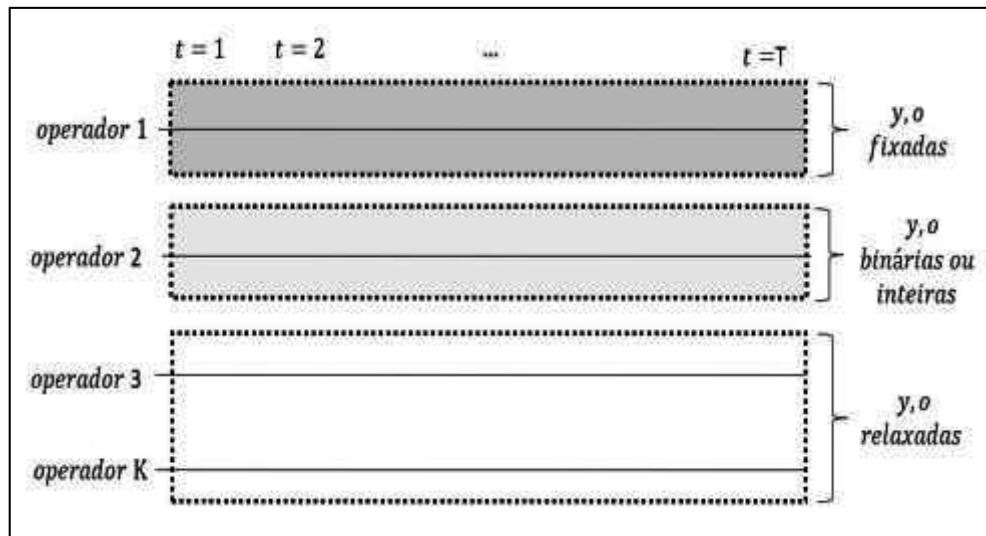
FIGURA 15 - ESTRATÉGIA R&F-OF: 1º ITERAÇÃO



FONTE: O Autor (2021).

Após a resolução do subproblema  $PAMSM^1$  variáveis binárias referentes ao primeiro operador, para todos os períodos, são fixadas (tornam-se parâmetros), as variáveis referentes ao segundo operador  $k = 2$  são mantidas binárias/inteiras e as variáveis  $y$  e  $o$  para os demais operadores ( $k = 3, \dots, K$ ) são relaxadas, conforme FIGURA 16.

FIGURA 16 - ESTRATÉGIA R&amp;F-OF: 2º ITERAÇÃO



FONTE: O Autor (2021).

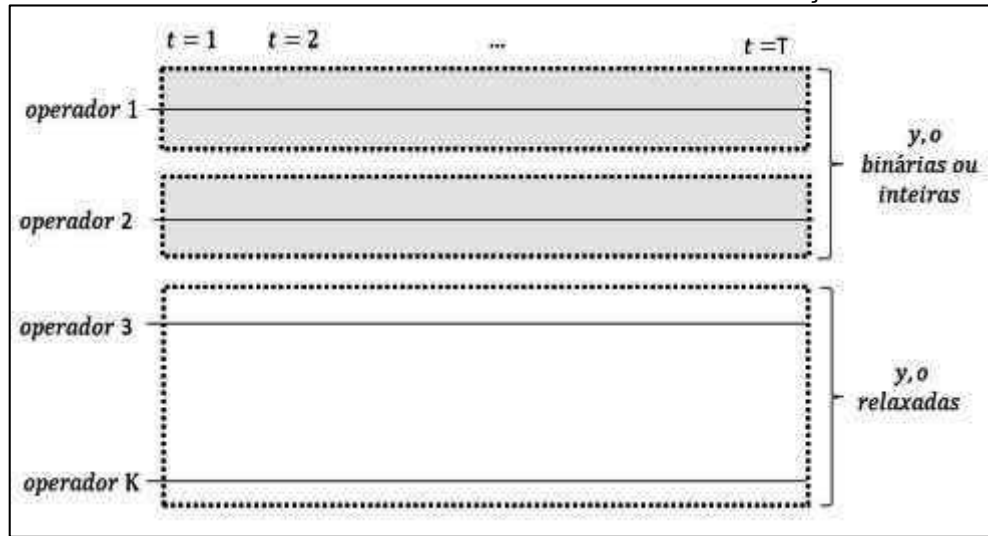
#### 4.3.2.2 Estratégia *Relax-and-Fix Operators Overlapping* – R&F-OO

A estratégia R&F-OO é baseada na sobreposição dos operadores. Cada subproblema  $PAMSM^k$ , ( $2 \leq k \leq K - 1$ ) é resolvido mantendo binárias/inteiras as variáveis correspondentes aos operadores  $k - 1$  e  $k$  e as variáveis subsequentes são relaxadas. Após a resolução do  $PAMSM^k$ , as variáveis referentes a  $k - 1$  são fixadas, as variáveis referentes a  $k$  e  $k+1$  são mantidas binárias e as variáveis subsequentes são relaxadas. O processo se repete até a resolução do subproblema  $PAMSM^{K-1}$ . Observa-se que o número de iteração dessa estratégia é dado por  $K - 1$  iterações.

A FIGURA 17 ilustra a primeira iteração para essa estratégia. Para o subproblema  $PAMSM^1$ , tem-se: as variáveis para os operadores  $k = 1$  e  $k = 2$  são mantidas binárias/inteiras e as variáveis para os demais operadores ( $k = 3, \dots, K$ ) são relaxadas.

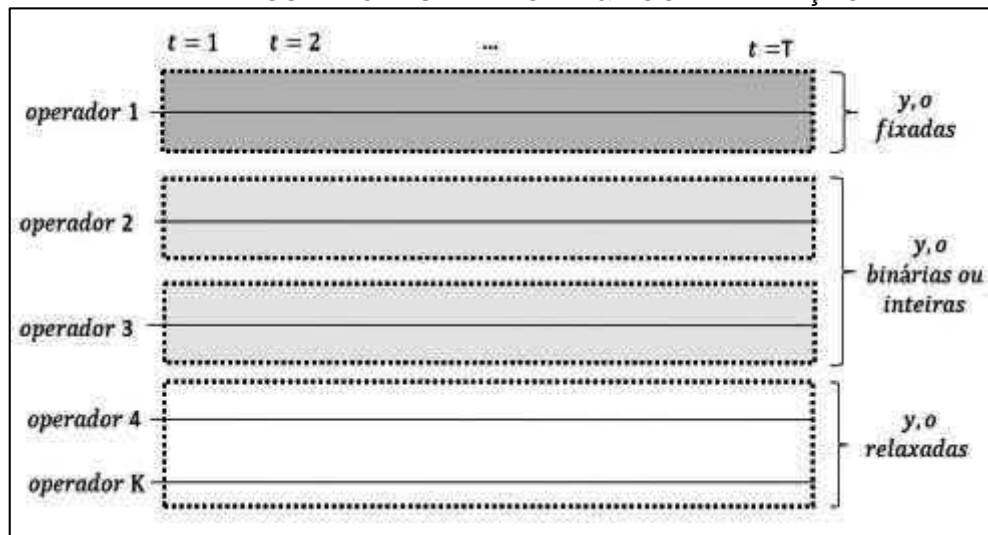
Após a resolução do  $PAMSM^1$ , as variáveis binárias/inteiras para o operador  $k = 1$  são fixadas (tornam-se parâmetros), as variáveis referentes a  $k = 2$  e  $k = 3$  são mantidas binárias/inteiras e as variáveis para os demais operadores ( $k = 4, \dots, K$ ) são relaxadas, segundo o critério estabelecido (FIGURA 18).

FIGURA 17 - ESTRATÉGIA R&amp;F-OO: 1ª ITERAÇÃO



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 18 - ESTRATÉGIA R&amp;F-OO: 2ª ITERAÇÃO

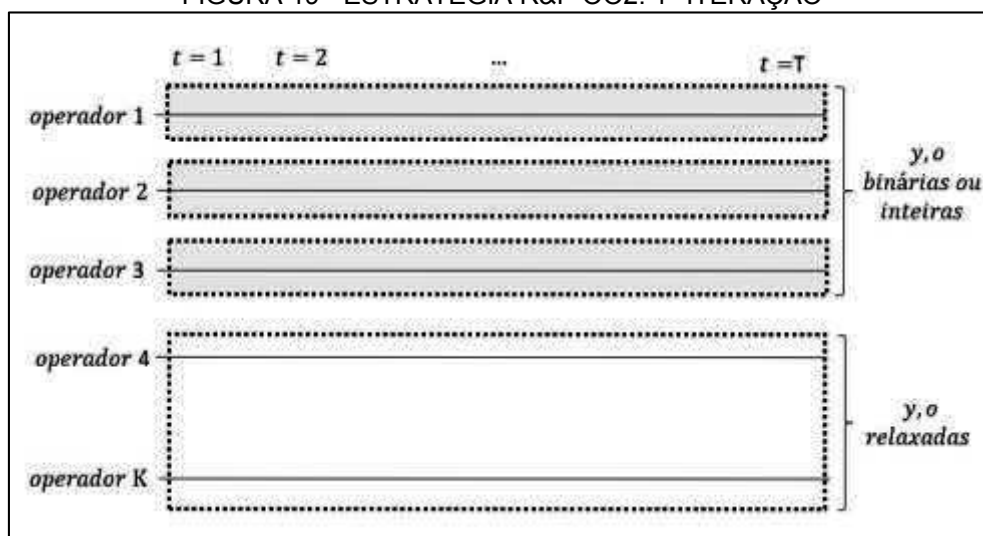


FONTE: O autor (2021).

#### 4.3.2.3 Estratégia Relax-and-Fix Operators Overlapping 2 – R&F-OO2

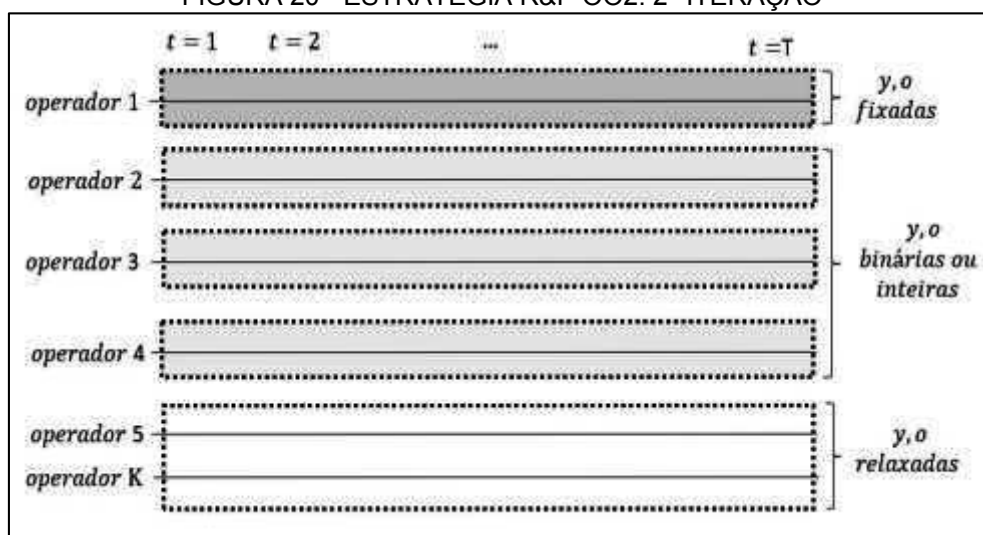
A estratégia R&F-OO2 é baseada na sobreposição de partições, assim como a R&F-OO. Nesta proposta, para um subproblema  $PAMSM^k$  ( $k = 4, \dots, K - 4$ ) as variáveis pertencentes aos subconjuntos  $Q^k \cup Q^{k+1} \cup Q^{k+2}$  são mantidas binárias e/ou inteiras, as variáveis pertencentes aos subconjuntos  $U_{i=1, \dots, k-1} Q^i$  são fixadas de acordo com as soluções dos submodelos  $PAMSM^k$  anteriores, e as variáveis para as demais partições ( $U_{i=k+1, \dots, K} Q^i$ ) são relaxadas. A FIGURA 19 e a FIGURA 20 apresentam a primeira e segunda iteração da heurística, respectivamente.

FIGURA 19 - ESTRATÉGIA R&amp;F-OO2: 1° ITERAÇÃO



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 20 - ESTRATÉGIA R&amp;F-OO2: 2° ITERAÇÃO



FONTE: O autor (2021).

#### 4.4 ESTRATÉGIAS DE DECOMPOSIÇÃO PARA HEURÍSTICA FIX-AND-OPTIMIZE

A heurística *fix-and-optimize*, assim como a R&F, são métodos iterativos onde diferentes estratégias de particionamento das variáveis podem ser aplicados levando em consideração as características do modelo. Diferentemente da heurística R&F que é utilizada para determinar uma solução viável, a F&O tem como objetivo melhorar uma solução inicial dada, nesse trabalho especificamente as soluções serão fornecidas pelas estratégias R&F. Portanto, para aplicar a F&O é necessária uma solução incumbente inicial. Nesse trabalho, é proposto quatro estratégias do tipo F&O

para os modelos P-PAMSM e A-PAMSM e duas estratégias para os modelos P-PAMSM<sup>c</sup> e A-PAMSM<sup>c</sup>. As estratégias F&O desenvolvidas são descritas a seguir.

#### 4.4.1 Decomposição por Clientes

Em muitas abordagens todas as variáveis do modelo podem ser fixadas ou liberadas para otimização. No entanto, optou-se em fixar apenas as variáveis binárias e/ou inteiras  $x$  e  $y$  permitindo maior flexibilidade à estratégia durante o processo de otimização dos subproblemas. As variáveis são particionadas em  $I$  subconjuntos disjuntos, definidos por  $Q^i$ , com  $i = 1, \dots, I$  ( $|I|$  número de clientes). Cada subproblema  $PAMSM^i$  gerado corresponde a um cliente  $i \in I$  e os subproblemas são resolvidos sequencialmente respeitando a ordem dos clientes, os quais são enumerados a priori. Para uma iteração  $i$ , o calendário de visitas do cliente  $i$  ( $C_{ij}, \forall j \in J$ ) é liberado para otimização, possibilitando melhorias no atual calendário de atendimento do cliente. O calendário dos demais clientes são fixados no valor da solução incumbente ( $C_{ij}$  é fixo para  $I - \{i\}, \forall j \in J$ ).

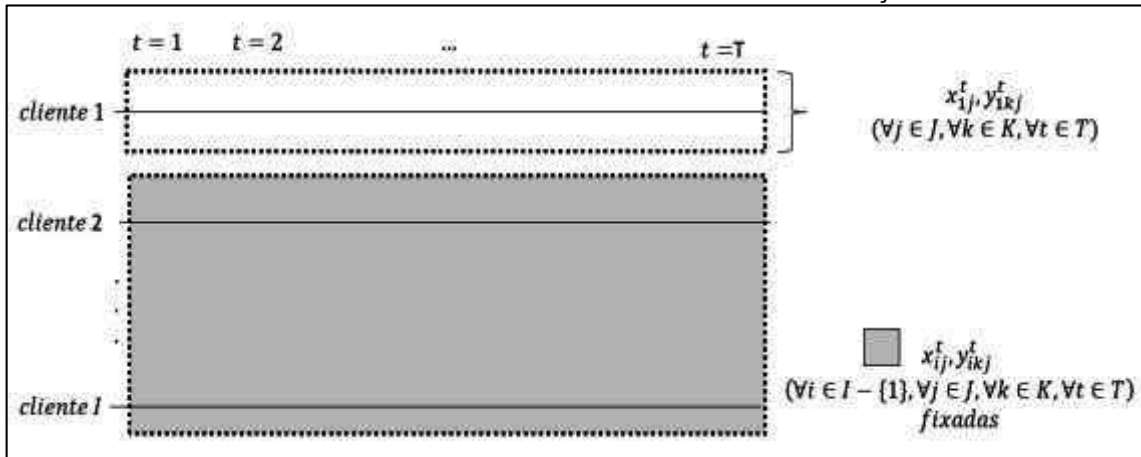
Neste trabalho, foram desenvolvidas três estratégias F&O com decomposição em clientes, sendo elas: *fix-and-optimize customers forward* (F&O-CF), *fix-and-optimize customers overlapping* (F&O-CO) e *fix-and-optimize customers overlapping 2* (F&O-CO2).

##### 4.4.1.1 Estratégia *Fix-and-Optimize Customers Forward* – F&O-CF

Havendo uma solução inicial factível, o calendário do cliente  $i = 1$  é liberado para otimização. Ou seja, as variáveis binárias  $x_{i,j}^t$  e  $y_{i,j,k}^t \forall i \in I - \{1\}$  são fixadas no valor da solução inicial e as demais variáveis são liberadas para otimização. A FIGURA 21 ilustra a primeira iteração da heurística.

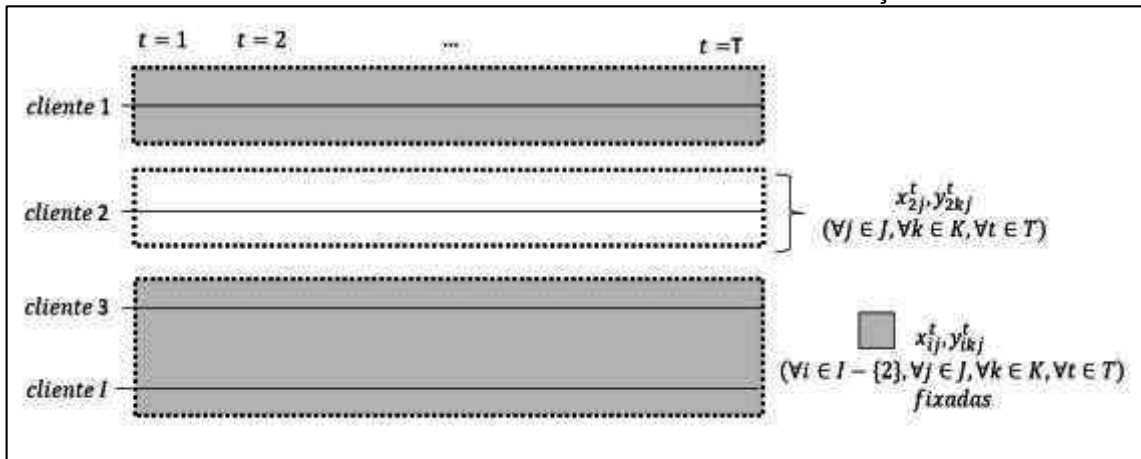
Após a determinação da solução ótima para o  $PAMSM^1$ , a solução incumbente será substituída caso a solução atual seja melhor e o valor das variáveis binárias pertencentes ao conjunto  $Q^i$  são atualizados, observa-se que a solução atual será igual ou melhor que a incumbente. Para o subproblema  $PAMSM^2$  tem-se: variáveis  $x_{i,j}^t$  e  $y_{i,k,j}^t$  (para  $\forall i \in I - \{2\}, \forall j \in J, \forall k \in K$  e  $\forall t \in T$ ) fixadas e as demais variáveis liberadas para otimização, conforme a FIGURA 22.

FIGURA 21 - ESTRATÉGIA F&amp;O-CF: 1º ITERAÇÃO



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 22 - ESTRATÉGIA F&amp;O-FC: 2º ITERAÇÃO

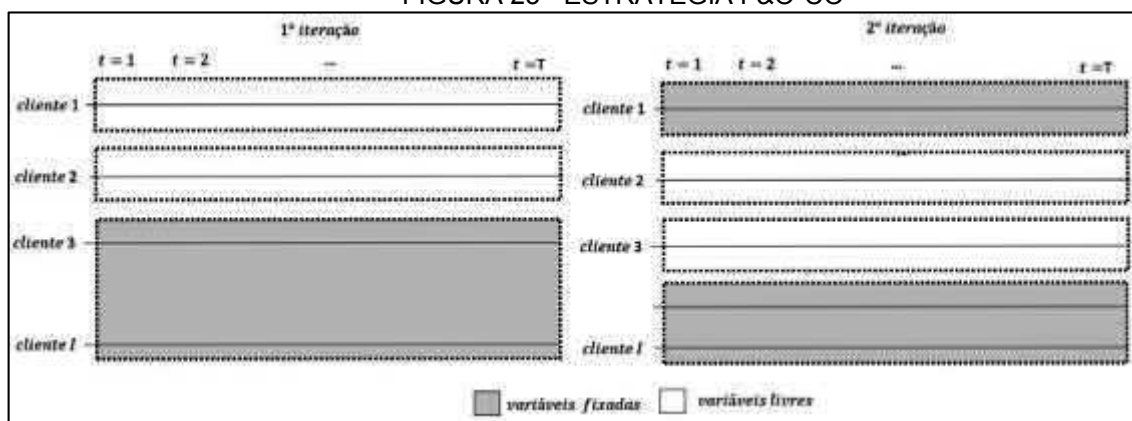


FONTE: O autor (2021).

#### 4.4.1.2 Estratégia *Fix-and-Optimize Customers Overlapping* – F&O-CO

A estratégia F&O-CO é baseada na sobreposição dos clientes. São liberados dois calendários de clientes, ao mesmo tempo, para otimização  $C_{i,j}$  e  $C_{i+1,j}$  para  $i = 1, \dots, I - 1$ , respeitando a enumeração inicial dos clientes. O objetivo nessa estratégia é aumentar flexibilidade de resolução de cada subproblema PAMSM<sup>i</sup>. A FIGURA 23 ilustra as duas primeiras iterações para a estratégia F&O-CO.

FIGURA 23 - ESTRATÉGIA F&amp;O-CO

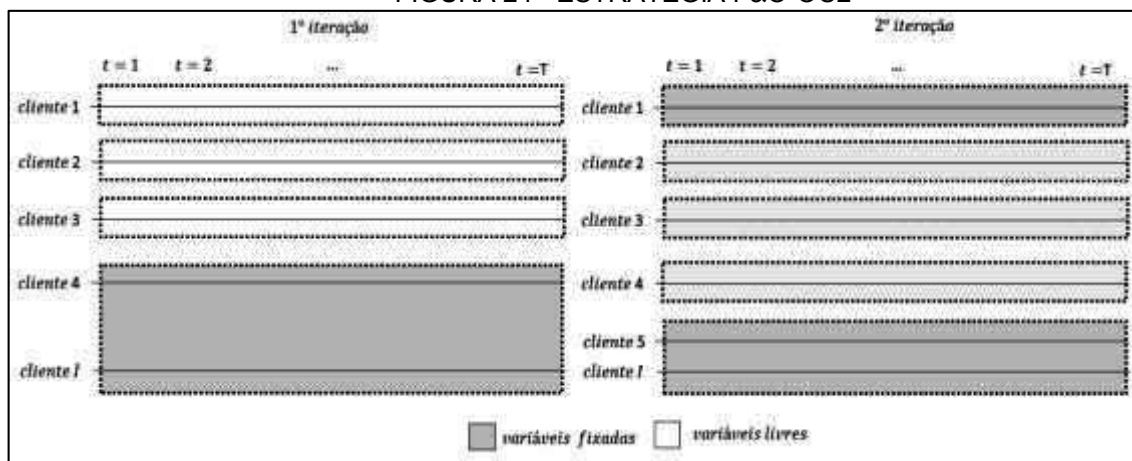


FONTE: O autor (2021).

#### 4.4.1.3 Estratégia *Fix-and-Optimize Customers Overlapping 2* – F&O-CO2

Essa estratégia é similar à estratégia F&O-CO baseada na sobreposição de partições. Nessa proposta são liberados três calendários consecutivos para otimização  $C_{i,j}$ ,  $C_{i+1,j}$  e  $C_{i+2,j}$ , para  $i = 1, \dots, I - 2$ . Observa-se que, aumentar o número de calendários livres para otimização, consequentemente, aumenta a dificuldade de resolução do subproblema. O funcionamento dessa estratégia é ilustrado na FIGURA 24.

FIGURA 24 - ESTRATÉGIA F&amp;O-OC2



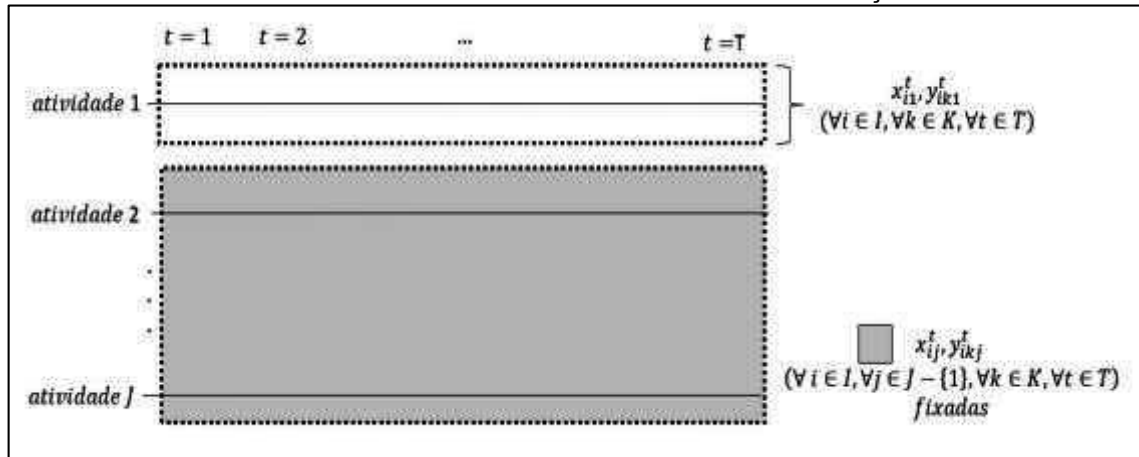
FONTE: O autor (2021).

#### 4.4.2 Estratégia *Fix-and-Optimize Activites* – F&O-A

A decomposição nessa estratégia ocorre por atividades. As variáveis  $x$  e  $y$  foram selecionadas para serem decompostas em  $J$  subconjuntos disjuntos definidos por  $Q^j$   $j = 1, \dots, J$ , onde  $J$  indica tanto o número de atividades, quanto o número de

iterações da heurística. A FIGURA 25 ilustra a primeira iteração subproblema  $PASMS^1$ , onde as variáveis binárias e/ou inteiras  $x$  e  $y$  referentes a atividade  $j = 1$  são liberadas para otimização e as variáveis para as demais atividades são fixadas.

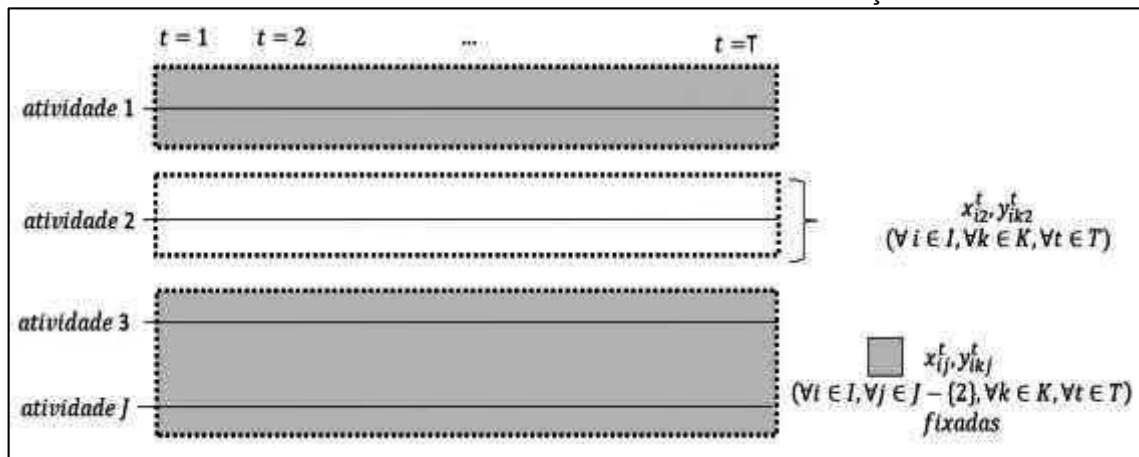
FIGURA 25 - ESTRATÉGIA F&O-A: 1º ITERAÇÃO



FONTE: O autor (2021).

Após a solução do  $PASMS^1$ , as variáveis binárias/inteiras referentes a segunda atividade são liberadas para otimização e para as demais atividades são fixadas (FIGURA 26). Esse procedimento é repetido iterativamente, respeitando a ordem das atividades, as quais são enumeradas a priori, até que o subproblema  $PAMSM^J$  seja resolvido.

FIGURA 26 - ESTRATÉGIA F&O-A: 2º ITERAÇÃO



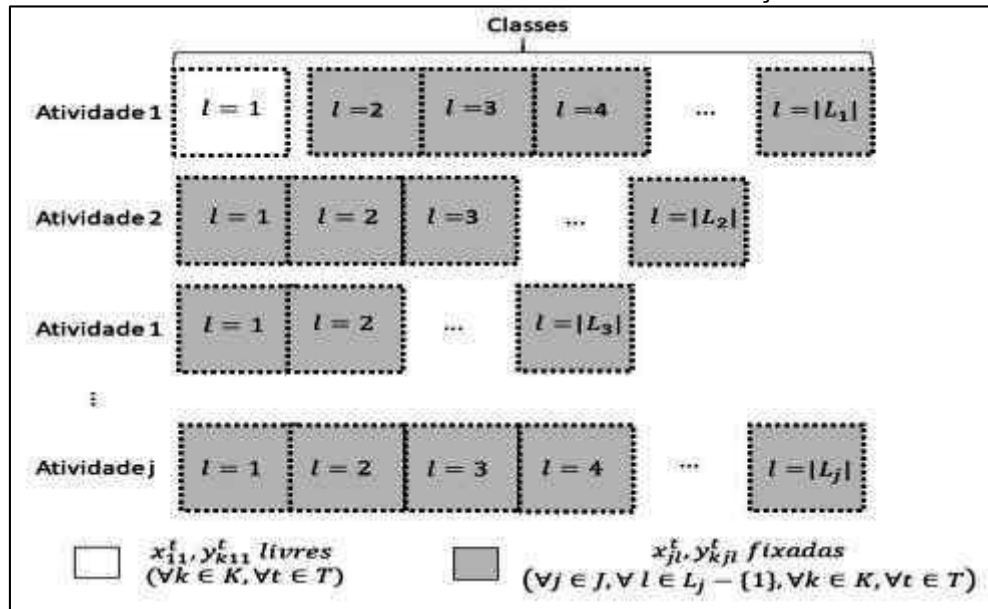
FONTE: O autor (2021).



#### 4.4.3 Estratégia Fix-and-Optimize Class Activites – F&O-CA

A estratégia F&O-CA é baseada na decomposição de atividades e classes. Cada atividade  $j \in J$  será decomposta em  $|L_j|$  classes e cada subproblema  $\text{PAMSM}^{j,1}$  gerado é resolvido sequencialmente. Essa estratégia foi criada e aplicada especificamente nos modelos P-PAMSM<sup>c</sup> e A-PAMSM<sup>c</sup>. A FIGURA 27 ilustra a primeira iteração dessa heurística, onde as variáveis inteiras  $x$  e  $y$  referentes a atividade  $j = 1$  e classe  $l = 1$  são liberadas para otimização e as variáveis são fixadas para as demais atividades e classes ( $\forall j \in J, l \in L_j - \{1\}, k \in K, t \in T$ ).

FIGURA 27 - ESTRATÉGIA F&O-CA: 1º ITERAÇÃO

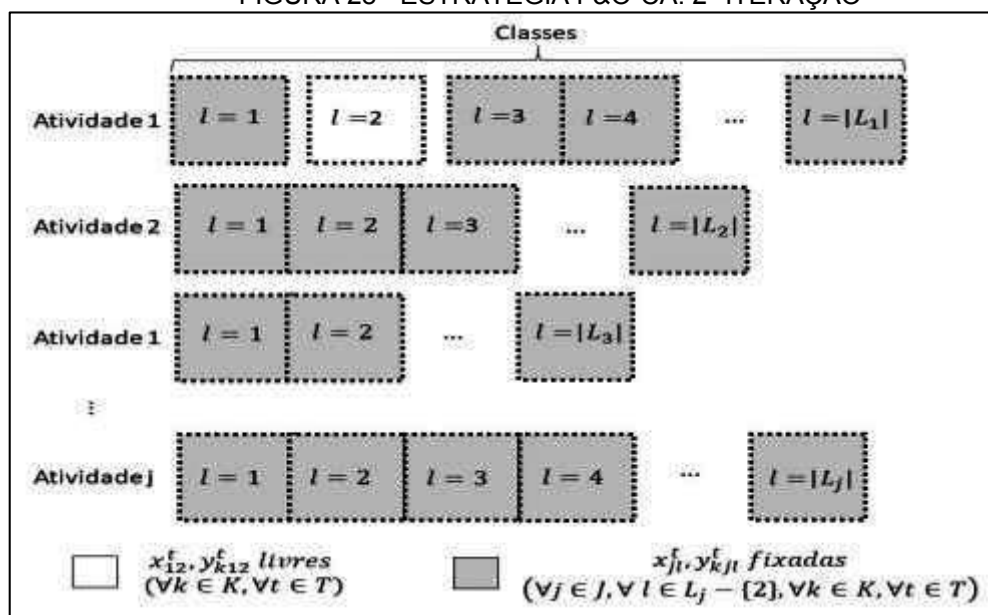


FONTE: O autor (2021).

Após a resolução do primeiro subproblema  $\text{PAMSM}^{1,1}$  a solução incumbente será substituída caso a solução atual seja melhor e o valor das variáveis inteiras são atualizados. Na segunda iteração as variáveis inteiras  $x$  e  $y$  referentes a atividade  $j = 1$  e classe  $l = 2$  são liberadas para otimização e as outras variáveis fixadas para as demais partições ( $\forall j \in J, l \in L_j - \{2\}, k \in K, t \in T$ ), dando origem ao subproblema  $\text{PAMSM}^{1,2}$ . A segunda iteração da heurística é representada na FIGURA 28.

O processo se repete até a resolução do último subproblema  $\text{PAMSM}^{j,|L_j|}$  referente a atividade  $j$  classe  $|L_j|$ . O número de subproblemas gerados pela estratégia F&O-CA é maior que as demais estratégias propostas, especificamente será dado por  $\sum_{j=1}^J |L_j|$  indicando também o número de iterações da heurística.

FIGURA 28 - ESTRATÉGIA F&amp;O-CA: 2º ITERAÇÃO

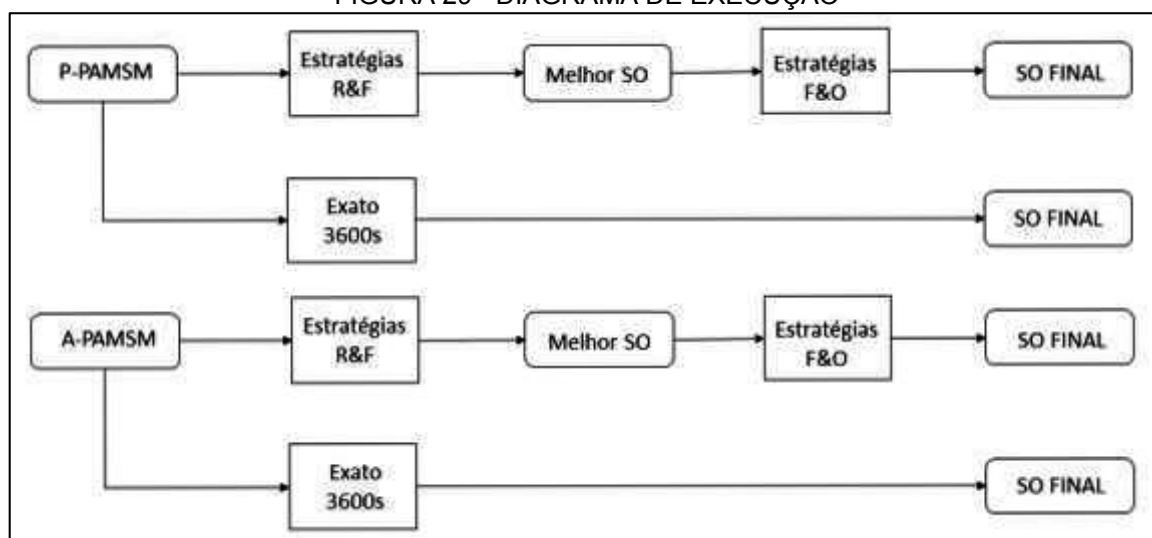


FONTE: O autor (2021).

## 5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS E DISCUSSÃO

Este capítulo é dedicado aos experimentos computacionais realizados sob os modelos descritos no capítulo 3. Inicialmente são detalhados os resultados obtidos em um conjunto de instâncias de pequeno porte, com  $I \in \{10, 30, 50\}$  e  $J = 1$ , elaborado com o objetivo de validar os modelos A-PAMSM e P-PAMSM propostos. Em seguida são criados conjuntos de instâncias maiores, para analisar o desempenho das abordagens heurísticas de solução. A estratégia utilizada para os experimentos é exposta na FIGURA 29. Destaca-se que o tempo limite de execução desde a aplicação da R&F até a obtenção da solução final é de uma hora (3600s), optou-se por esse tempo de execução por ser o tempo utilizado na literatura, trabalhos de Núñez-del-Toro (2015), Núñez-del-Toro *et al.* (2016) e Fernández, Kalcsics e Núñez-del-Toro (2017).

FIGURA 29 - DIAGRAMA DE EXECUÇÃO



FONTE: O autor (2021).

A partir dos modelos MIP originais, foram aplicadas seis estratégias R&F visando gerar soluções iniciais para os modelos. As soluções geradas, são comparadas entre si para determinar a solução de melhor qualidade, essa solução então é adotada como solução inicial para a heurística F&O. Após a execução de todas as estratégias F&O as soluções são comparadas entre si e como o método exato (*solver* Gurobi 9.0) limitado em 3600s.

Todos os experimentos computacionais realizados foram codificados em *Microsoft Visual Studio* 2019, na linguagem *VB.net* utilizando pacote de otimização Gurobi 9.0, configuração *default*, limitado em 3600s por instância. Por pré-definição,

as configurações MIPFocus e MIPGap são definidos em 0 e  $1,0.E^{-4}$ , respectivamente. Optou-se pelo uso do Gurobi por ser referência entre os *softwares* de otimização disponíveis no mercado e ser amplamente utilizado por diversos pesquisadores nos últimos anos. Os experimentos foram executados em um processador *Intel Core i7-5500U*, 2.4GHz, 8 GB de RAM, sobre sistema operacional *Windows 10*.

## 5.1 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS EXATOS

Os modelos propostos nessa tese P-PAMSM e A-PAMSM possuem uma formulação mais completa e realista em relação aos apresentados na literatura, o que os tornam modelos de maior complexidade. A fim de validar as formulações e evidenciar a generalização dos modelos propostos por Núñez-del-Toro (2015), utilizou-se um conjunto de 30 instâncias, geradas de forma aleatória<sup>2</sup>, uma vez que, no melhor de nosso conhecimento, não foram encontradas instâncias na literatura.

Para o número de clientes foi determinado  $I \in \{10, 30, 50\}$ . O horizonte de tempo está relacionado a um mês, ou seja,  $|T| = 30$ . Para os possíveis intervalos de atendimentos  $t_i$  dos clientes, estabeleceu-se  $t_i \in \{4, 5, 7\}$ . Utilizaram-se duas capacidades distintas para os operadores,  $Q \in \{5, 10\}$ . Com o objetivo de realizar uma comparação com os modelos P-PASM e A-PASM, considerou-se o número de atividade  $J = 1$ . Para as formulações A-PASM e A-PAMSM estabeleceram-se três valores para  $\beta \in \{0,2; 0,5; 1,0\}$ .

A TABELA 2 expõe os resultados obtidos pelo *solver* Gurobi para cada modelo P-PASM e P-PAMSM. A coluna  $Z$  exibe o número de operadores utilizados em cada caso. Os tempos de CPU(s), execução do Gurobi 9.0, são apresentados na coluna  $T(s)$  e  $G(\%)$  exprime o *gap* (%) determinado pelo *solver* Gurobi. A coluna  $Dif$ , por sua vez, exprime a diferença relativa entre os modelos  $Dif = \frac{Z_{PAMSM} - Z_{PASM}}{Z_{PASM}} \cdot 100$ . Os valores em negrito correspondem a melhor solução encontrada para cada instância.

O Gurobi foi capaz de determinar solução viável para as 30 instâncias propostas, para ambas as formulações dentro do limite de tempo. A formulação P-PASM, determinou solução ótima para 76,66% instâncias, em um tempo médio de 940,99 s. A formulação P-PAMSM apresenta não somente um número menor de

---

<sup>2</sup> O termo “aleatório” refere-se a sequências computacionais pseudo-aleatórias.

instâncias otimamente resolvidas, mas também, tempo de computação maior, conseguiu resolver 53,33% das instâncias em um tempo médio de 1707,81s. Para as 30 instâncias ambas as formulações obtiveram o mesmo valor para a função objetivo, como pode ser observado na coluna *Dif*.

TABELA 2 - COMPARAÇÃO MODELOS P-PASM E P-PAMSM								
Instância		P-PASM			P-PAMSM			
I	Q	Z	T(s)	G(%)	Z	T(s)	G(%)	Dif
10	5	12	1,00	0,00	12	1,00	0,00	0,00
		11	1,20	0,00	11	1,00	0,00	0,00
		11	0,80	0,00	11	1,00	0,00	0,00
		12	0,90	0,00	12	0,70	0,00	0,00
		11	1,30	0,00	11	1,00	0,00	0,00
	10	10	0,40	0,00	10	0,60	0,00	0,00
		10	0,80	0,00	10	0,70	0,00	0,00
		10	0,20	0,00	10	0,20	0,00	0,00
		10	1,00	0,00	10	1,00	0,00	0,00
		10	0,20	0,00	10	0,20	0,00	0,00
30	5	26	280,00	0,00	26	3600,00	4,00	0,00
		31	494,00	0,00	31	3600,00	10,00	0,00
		22	121,00	0,00	22	3600,00	9,00	0,00
		24	3600,00	4,00	24	3600,00	4,00	0,00
		28	249,00	0,00	28	3600,00	7,00	0,00
	10	15	18,00	0,00	15	16,00	0,00	0,00
		15	3,00	0,00	15	6,00	0,00	0,00
		16	44,00	0,00	16	63,00	0,00	0,00
		15	24,00	0,00	15	25,00	0,00	0,00
		14	4,00	0,00	14	5,00	0,00	0,00
50	5	46	3600,00	4,00	46	3600,00	4,00	0,00
		48	3600,00	4,00	48	3600,00	4,00	0,00
		44	3600,00	2,00	44	3600,00	2,00	0,00
		43	3600,00	2,00	43	3600,00	2,00	0,00
		40	3600,00	5,00	40	3600,00	5,00	0,00
	10	25	3600,00	4,00	25	3600,00	4,00	0,00
		24	429,00	0,00	24	3600,00	4,00	0,00
		24	192,00	0,00	24	712,00	0,00	0,00
		25	645,00	0,00	25	3600,00	8,00	0,00
		24	519,00	0,00	24	3600,00	4,00	0,00
Média		21.86	940.99	1,00	21.86	1707.81	2,00	

FONTE: O Autor (2021).

Com a finalidade de observar o desempenho e o comportamento da formulação A-PAMSM, a TABELA 3 apresenta os resultados dos experimentos e a comparação com os resultados baseados na formulação proposta por Núñez-del-Toro (2015). Para

as instâncias de *benchmark* são adicionados três valores distintos para  $\beta = \{0,2; 0,5; 1\}$ , gerando um total de 90 problemas. A TABELA 3 descreve a média de 5 problemas para cada combinação  $T, I, J, Q$  e  $\beta$ . A coluna  $S$  indica o número de problemas resolvidos na sua otimalidade pelo solver Gurobi.

TABELA 3 - COMPARAÇÃO MODELOS A-PASM E A-PAMSM													
Instância				A-PASM				A-PAMSM				Dif	
I	J	Q	$\beta$	Z	T(s)	G(%)	S	Z	T(s)	G(%)	S		
10	1		0,2	<b>2,28</b>	6,20	0,00	5	<b>2,28</b>	7,80	0,00	5	0,00	
			5	0,5	<b>5,70</b>	13,80	0,00	5	<b>5,70</b>	13,00	0,00	5	0,00
			1	<b>9,80</b>	72,20	0,00	5	<b>9,80</b>	253,00	0,00	5	0,00	
			0,2	<b>2,00</b>	3,40	0,00	5	<b>2,00</b>	2,40	0,00	5	0,00	
			10	0,5	<b>5,00</b>	5,20	0,00	5	<b>5,00</b>	5,20	0,00	5	0,00
			1	<b>7,00</b>	4,20	0,00	5	<b>7,00</b>	5,00	0,00	5	0,00	
30	1		0,2	<b>5,24</b>	1171,60	0,83	4	<b>5,24</b>	3600,00	5,88	0	0,00	
			5	0,5	<b>13,10</b>	3035,60	6,02	0	<b>13,10</b>	3600,00	6,78	0	0,00
			1	24,60	959,80	0,69	4	<b>24,40</b>	442,60	0,00	5	-0,81	
			0,2	<b>3,00</b>	205,00	0,00	5	<b>3,00</b>	161,00	0,00	5	0,00	
			10	0,5	<b>7,50</b>	701,60	0,00	5	<b>7,50</b>	549,20	0,00	5	0,00
			1	13,40	1789,60	2,67	3	<b>13,20</b>	1363,00	1,33	4	-1,49	
50	1		0,2	<b>8,84</b>	3600,00	3,62	0	<b>8,84</b>	3600,00	3,62	0	0,00	
			5	0,5	<b>22,20</b>	3600,20	4,03	0	<b>22,20</b>	3600,00	4,09	0	0,00
			1	<b>42,60</b>	719,80	0,00	5	<b>42,60</b>	725,60	0,00	5	0,00	
			0,2	<b>4,88</b>	1543,20	0,80	4	<b>4,88</b>	3516,40	4,86	1	0,00	
			10	0,5	<b>12,20</b>	2909,20	3,20	3	<b>12,20</b>	3070,00	4,86	1	0,00
			1	<b>23,00</b>	657,40	0,00	5	23,20	1129,60	0,83	4	0,87	
Média				11,79	1166,56	1,21	68	11,79	1424,66	1,793	60		

FONTE: O Autor (2021).

Obteve-se uma solução viável para todas as instâncias para ambas as formulações, dentro do tempo limite. Obteve-se a solução ótima para 75,56% dos problemas para a formulação A-PASM, em um tempo médio de 1166,556s. A formulação A-PAMSM teve 66,67% de soluções ótimas, em um tempo médio de 1424,656s. A formulação A-PAMSM obteve desempenho superior nas instâncias 30 clientes, capacidade 5,  $\beta = 1$  e 30 clientes, capacidade 10,  $\beta = 1$ . Para os demais problemas a formulação A-PAMSM apresentou soluções iguais a formulação A-PASM.

## 5.2 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS PROPOSTOS

Para analisar o desempenho dos modelos propostos no capítulo 3 gerou-se um conjunto de 450 instâncias de benchmark de forma aleatória. Para o número de clientes foi determinado  $|I| \in \{10, 30, 50\}$  e para o número de períodos no horizonte de tempo foi determinado  $|T| = 30$  dias, um mês. Para os possíveis intervalos de atendimentos  $t_i$  dos clientes, estabeleceu-se  $t_i \in \{4, 5, 7\}$ . Utilizaram-se duas capacidades distintas para cada operador,  $Q \in \{6, 12\}$ . Determinou-se o conjunto de atividades  $J \in \{2, 3, 6\}$  e, por fim, estabeleceram-se quatro valores para  $\beta \in \{0,2; 0,5; 0,8; 1,0\}$ .

Para cada combinação possível de  $|T|$ ,  $|I|$ ,  $|J|$ ,  $Q$  e  $\beta$ , foram geradas 5 instâncias distintas. Os intervalos de serviços para cada cliente foram determinados de forma aleatória uniformemente distribuídos. Os conjuntos de instâncias são indicados por  $T\_n^\circ I\_n^\circ J\_Q\_Cn^\circ$  ( $Cn^\circ$  instância gerada de 1 a 5). Por exemplo, a primeira instância com 30 clientes, 2 atividades e operadores com capacidade 6 é denotado por “T30\_I30\_J2\_Q6\_C1”.

Devido ao grande volume de dados optou-se por usar o método de perfis de desempenho propostos por Dolan e Moré (2002). O método consiste em avaliar a robustez de diferentes estratégias ou *softwares*, quando utilizados para o mesmo propósito. Os perfis de desempenho combinam as melhores características de outras propostas disponíveis para a avaliação de desempenho (DOLAN; MORÉ, 2002). A técnica pode ser utilizada para comparar diferentes métricas como tempo computacional, *Gap*, o erro da solução obtida e o número de falhas, por exemplo.

Seja um conjunto  $P$  de  $n_p$  problemas a serem resolvidos por um conjunto  $S$  de  $n_s$  estratégias distintas. Para cada problema  $p \in P$  e estratégia  $s \in S$ , tem-se que  $Z_{p,s}$  é a solução determinada pela estratégia  $s$  na resolução do problema  $p$ . O coeficiente de desempenho é calculado por meio da expressão (80). Nessa expressão é realizada a comparação do desempenho da estratégia  $s \in S$  na resolução do problema  $p \in P$ , em relação ao desempenho da melhor estratégia para o problema  $p$ .

$$r_{p,s} = \frac{Z_{ps}}{\min\{Z_{p,s}: \forall s \in S\}} \quad (80)$$





	12	<b>120,00</b>	229,00	0,00	5	<b>120,00</b>	12,64	0,00	5	
50	2	6	65,80	3600,00	44,17	0	<b>63,80</b>	3600,00	6,19	0
		12	35,20	3600,00	57,54	0	<b>34,40</b>	3600,00	10,46	0
	3	6	99,20	3600,00	91,91	0	<b>94,20</b>	3600,00	10,64	0
		12	49,40	3600,00	78,04	0	<b>47,40</b>	3600,00	10,13	0
	6	6	193,20	3225,40	6,47	1	<b>192,60</b>	1087,25	0,10	4
		12	109,00	3600,00	92,65	0	<b>97,80</b>	3600,00	15,73	0
Média			59,30	2130,32	28,75		57,99	1797,59	5,07	
Média $S$			47,50	450,60	0,00		56,55	148,57	0,00	
Média $\bar{S}$			69,63	3600,00	53,91		59,56	3600,00	10,61	

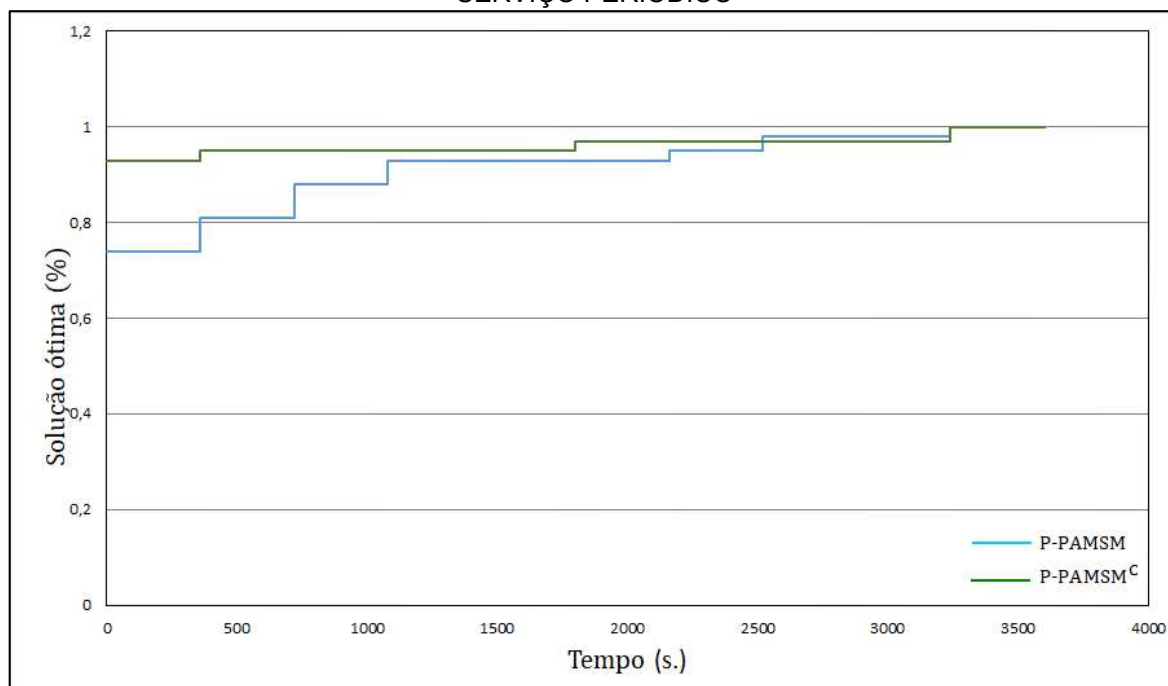
FONTE: O Autor (2021).

Observa-se que pelo menos uma solução factível foi obtida para todas as instâncias dentro do limite de tempo estabelecido. A formulação P-PAMSM<sup>c</sup> destaca-se em relação P-PAMSM, tanto em número de instâncias resolvidas de forma ótima, quanto no tempo de processamento. A formulação P-PAMSM foi capaz de determinar solução ótima para 46,67% das instâncias com tempo médio de 2130,32s. Em contrapartida, a formulação P-PAMSM<sup>c</sup> determinou solução ótima para 52,22% dos problemas com tempo médio de 1797,59s. Em média, o modelo P-PAMSM<sup>c</sup> é 16% mais rápido na resolução dos problemas propostos.

A GRÁFICO 2 exibe a porcentagem de soluções ótimas obtidas até 3600s para ambas as formulações com política de serviço periódico. A abordagem em classes apresenta melhor desempenho do que a abordagem em clientes, pois obteve solução ótima para 44 (93%) instâncias dentro do intervalo de [0, 360] segundos (primeiro degrau do GRÁFICO 2), já formulação P-PAMSM obteve solução ótimo para 31 (74%) instâncias dentro do mesmo intervalo de tempo.

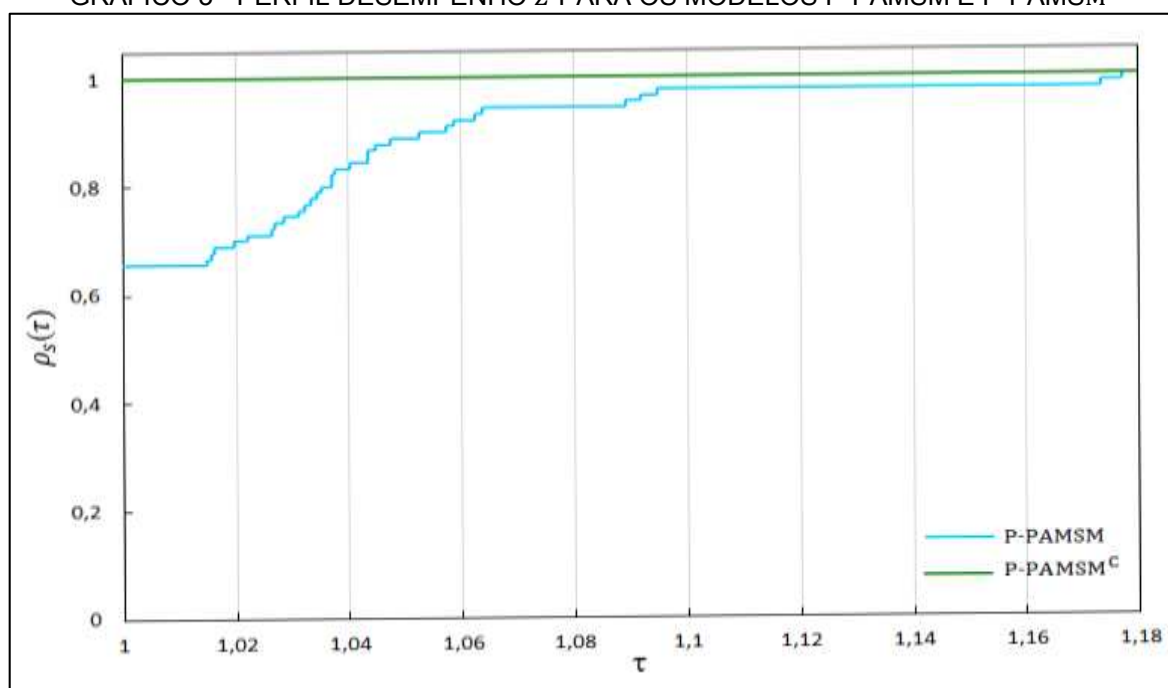
O perfil de desempenho em relação a métrica função objetivo pode ser visto no GRÁFICO 3. Observa-se que a formulação P-PAMSM<sup>c</sup> tem desempenho superior a P-PAMSM em 100% das instâncias ( $\tau = 1$ ). Para 63% das instâncias as soluções obtidas são iguais para ambos os modelos.

GRÁFICO 2 - COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO ENTRE OS MODELOS COM POLÍTICA DE SERVIÇO PERIÓDICO



FONTE: O autor (2021).

GRÁFICO 3 - PERFIL DESEMPENHO Z PARA OS MODELOS P-PAMSM E P-PAMSM<sup>C</sup>



FONTE: O autor (2021).

Em geral, a formulação P-PAMSM<sup>C</sup> supera a P-PAMSM. Observa-se que a complexidade dos problemas propostos está relacionada ao tipo de instância, capacidade dos operadores, número de atividades e número de clientes. Independentemente das características da instância, a formulação P-PAMSM<sup>C</sup>

apresenta melhor desempenho, principalmente em conjuntos de instâncias de grande porte ( $I = 50$ ). Para esses conjuntos P-PAMSM<sup>c</sup> obteve-se *gap* médio de 8,85%, enquanto para o P-PAMSM obteve-se *gap* médio de 61,79%.

### 5.2.2 Comparação Entre as Formulações A-PAMSM e A-PAMSM<sup>c</sup>

Nesta seção são descritos os resultados e a análise dos perfis de desempenho para os modelos A-PAMSM e A-PAMSM<sup>c</sup>, com a política aperiódica de serviço. O conjunto de instâncias para esses modelos são maiores que os resolvidos pelas formulações P-PAMSM e P-PAMSM<sup>c</sup> devido às possíveis combinações  $\beta = \{0,2; 0,5; 0,8; 1\}$ , gerando um total de 360 problemas. A TABELA 5 expõe o desempenho médio das cinco instâncias para cada grupo  $T, I, J, Q$  e  $\beta$ .

As modelagens propostas foram resolvidas no Gurobi 9.0 e obteve-se pelo menos uma solução viável para todas as instâncias dentro do limite de tempo de 3600s. Em geral, A-PAMSM<sup>c</sup> apresenta desempenho superior a formulação A-PAMSM, fornecendo um número maior de problemas resolvidos de forma ótima e apresentando menor tempo de processamento em todas as instâncias. O modelo A-PAMSM obteve solução ótima para 98 instâncias (27,22%) com tempo médio de 2822,87s. A formulação A-PAMSM<sup>c</sup> determinou a solução ótima para 237 instâncias (65,83%) com tempo médio de 1422,54s. Em média, a formulação em classes de clientes é 49,6% mais rápida na resolução dos problemas propostos.

A formulação A-PAMSM não foi capaz de determinar solução ótima para todas as instâncias de pequeno porte ( $I = 10$ ). Atingiu o ótimo em 71,67% dos problemas. À medida que cresce o número de clientes, mais difícil se torna para o modelo obter a solução ótima. A menor quantidade de instâncias resolvidas de maneira ideal ocorre para  $I = 50$  clientes, onde apenas um problema dos 120 foram resolvidos na sua otimalidade. Para esse mesmo conjunto de problemas ( $I = 50$ ) a formulação A-PAMSM<sup>c</sup> atingiu o valor ótimo em 35 instâncias.

TABELA 5 - COMPARAÇÃO MODELOS A-AMSM E A-PAMSM<sup>C</sup>

Instância				A-PAMSM				A-PAMSM <sup>C</sup>			
<i>I</i>	<i>J</i>	<i>Q</i>	$\beta$	<i>Z</i>	<i>T</i> (s)	<i>G</i> (%)	<i>S</i>	<i>Z</i>	<i>T</i> (s)	<i>G</i> (%)	<i>S</i>
10	2	6	0,2	<b>3,00</b>	193,80	0,00	5	<b>3,00</b>	5,00	0,00	5
			0,5	<b>7,50</b>	679,20	0,00	5	<b>7,50</b>	6,80	0,00	5
			0,8	<b>11,20</b>	1333,60	1,05	4	<b>11,20</b>	15,00	0,00	5
			1	<b>12,80</b>	1679,60	3,08	3	<b>12,80</b>	23,20	0,00	5
		12	0,2	<b>2,12</b>	14,40	0,00	5	<b>2,12</b>	2,00	0,00	5
			0,5	<b>5,30</b>	20,20	0,00	5	<b>5,30</b>	2,80	0,00	5
			0,8	<b>8,28</b>	76,40	0,00	5	<b>8,28</b>	11,60	0,00	5
			1	<b>7,80</b>	83,60	0,00	5	<b>7,80</b>	5,60	0,00	5
	3	6	0,2	<b>3,32</b>	427,00	0,00	4	<b>3,32</b>	14,80	0,00	5
			0,5	<b>8,30</b>	1010,80	0,00	5	<b>8,30</b>	22,20	0,00	5
			0,8	<b>13,00</b>	2306,60	4,64	2	<b>13,00</b>	99,80	0,00	5
			1	<b>15,40</b>	1647,20	2,22	3	<b>15,40</b>	51,20	0,00	5
		12	0,2	<b>2,96</b>	360,00	0,00	5	<b>2,96</b>	9,20	0,00	5
			0,5	<b>7,30</b>	666,80	0,00	5	<b>7,30</b>	14,60	0,00	5
			0,8	<b>10,84</b>	1653,60	3,17	4	<b>10,84</b>	23,00	0,00	5
			1	<b>12,20</b>	1738,00	4,29	4	<b>12,20</b>	31,00	0,00	5
	6	6	0,2	<b>9,00</b>	2120,40	2,04	3	<b>9,00</b>	191,40	0,00	5
			0,5	<b>22,30</b>	2906,20	4,32	0	<b>22,30</b>	309,00	0,00	5
			0,8	35,24	2862,20	3,98	2	<b>34,64</b>	222,60	0,00	5
			1	<b>41,80</b>	770,40	0,00	5	<b>41,80</b>	1,20	0,00	5
		12	0,2	<b>4,56</b>	2799,40	2,80	3	<b>4,56</b>	95,40	0,00	5
			0,5	<b>11,40</b>	3307,60	7,08	1	<b>11,40</b>	182,40	0,00	5
			0,8	17,52	3600,00	7,76	0	<b>17,24</b>	304,00	0,00	5
			1	20,80	2385,80	3,26	3	<b>20,60</b>	533,40	0,00	5
30	2	6	0,2	7,92	3600,00	6,65	0	<b>7,84</b>	2227,60	2,35	4
			0,5	19,90	3600,20	7,11	0	<b>19,60</b>	3254,60	4,12	2
			0,8	32,16	3600,60	9,01	0	<b>30,68</b>	3600,00	6,91	0
			1	37,20	2240,60	1,16	3	<b>36,80</b>	2880,20	6,50	1
		12	0,2	4,24	3275,40	9,40	1	<b>4,20</b>	19,00	0,00	5
			0,5	10,70	3493,80	10,26	1	<b>10,50</b>	30,20	0,00	5
			0,8	17,20	3600,00	13,91	0	<b>16,60</b>	128,20	0,00	5
			1	19,40	2216,00	3,11	3	<b>19,00</b>	381,60	0,00	5
	3	6	0,2	12,84	3374,40	13,39	1	<b>11,88</b>	3600,00	10,74	0
			0,5	31,00	3132,60	10,38	1	<b>29,70</b>	2940,80	7,94	1
			0,8	48,92	3546,80	17,01	1	<b>46,72</b>	2936,00	6,77	1
			1	59,60	3600,00	15,27	0	<b>57,80</b>	3600,00	9,61	0
		12	0,2	6,52	3600,20	14,23	0	<b>6,16</b>	498,40	0,00	5
			0,5	16,20	3600,00	14,29	0	<b>15,40</b>	1366,20	0,00	5
			0,8	26,64	3600,00	20,33	0	<b>24,08</b>	2759,40	3,21	2
			1	29,80	3600,00	10,99	0	<b>28,00</b>	3058,20	4,28	1
	6	6	0,2	24,40	3367,00	11,02	0	<b>23,60</b>	15,80	0,00	5
			0,5	61,20	3600,00	15,39	0	<b>59,00</b>	14,80	0,00	5
			0,8	97,08	3600,00	19,64	0	<b>94,24</b>	59,20	0,00	5
			1	119,20	3600,00	14,50	0	<b>117,40</b>	5,20	0,00	5
		12	0,2	25,04	3600,00	10,44	0	<b>24,00</b>	25,60	0,00	5
			0,5	64,50	3600,00	18,42	0	<b>60,00</b>	18,20	0,00	5
			0,8	100,64	3600,00	20,35	0	<b>95,88</b>	35,40	0,00	5
			1	221,20	5349,00	34,70	0	<b>119,60</b>	5,60	0,00	5
	2	6	0,2	13,72	3600,00	12,11	0	<b>12,72</b>	3600,20	6,22	0
			0,5	33,00	3600,20	9,68	0	<b>31,80</b>	3326,80	5,90	1
			0,8	53,80	3600,00	14,49	0	<b>50,64</b>	3600,00	6,17	0
			1	64,20	3600,00	17,87	0	<b>62,40</b>	2880,40	4,72	1
		12	0,2	7,24	3600,80	11,59	0	<b>6,88</b>	1214,60	1,71	4
			0,5	18,20	3600,00	12,67	0	<b>17,10</b>	2274,00	1,18	4
			0,8	28,68	3600,00	15,11	0	<b>26,80</b>	3329,80	4,64	1
			1	33,20	3560,40	8,72	1	<b>32,00</b>	2881,40	5,73	1
			0,2	20,40	3600,00	13,51	0	<b>18,84</b>	2981,20	6,32	1

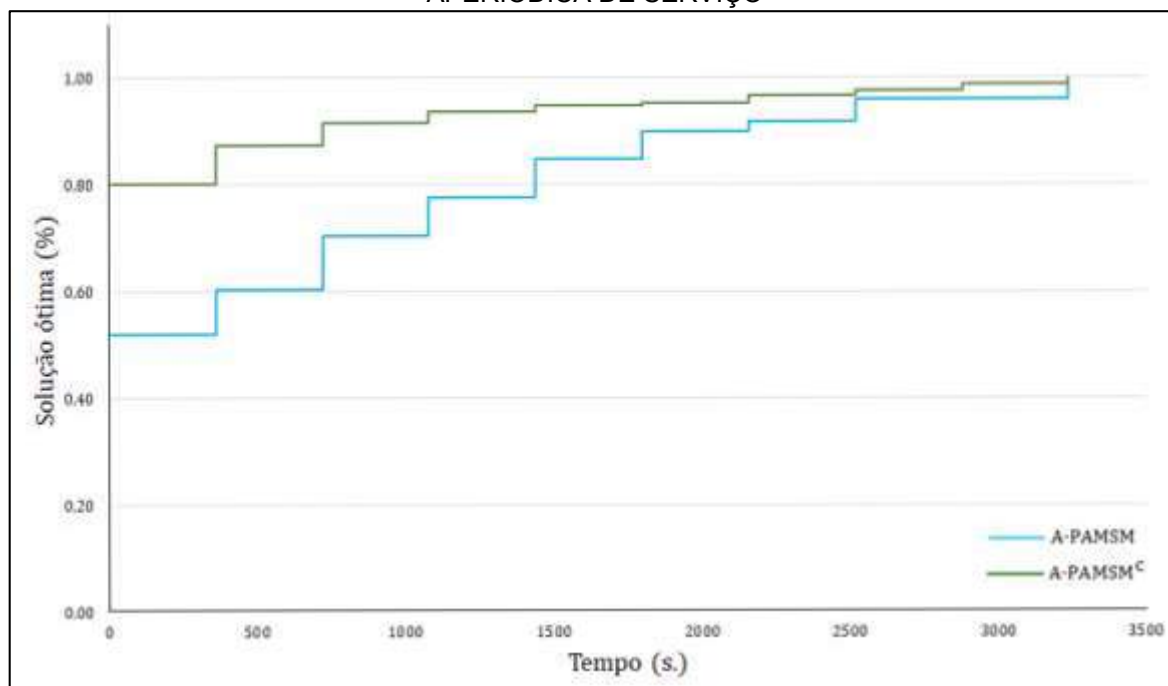
50	3	6	0,5	49,20	3600,00	12,30	0	<b>47,20</b>	2970,00	6,51	1
			0,8	81,36	3600,00	23,27	0	<b>74,44</b>	2979,20	5,36	1
			1	106,00	3600,00	32,02	0	<b>92,00</b>	2986,20	4,02	1
			0,2	10,88	3600,00	21,04	0	<b>9,48</b>	3600,00	8,84	0
		12	0,5	26,10	3600,00	17,38	0	<b>23,70</b>	3600,00	8,84	0
			0,8	42,96	3600,00	23,32	0	<b>37,24</b>	3600,00	8,24	0
	6		1	48,20	3600,00	23,10	0	<b>45,20</b>	2880,80	6,57	1
			0,2	41,60	3600,00	22,79	0	<b>38,52</b>	874,40	0,00	5
			0,5	97,90	3600,00	18,93	0	<b>96,30</b>	1467,80	0,21	3
			0,8	157,64	3600,00	24,19	0	<b>153,48</b>	1374,20	0,03	4
		6	1	232,20	3600,00	39,58	0	<b>191,40</b>	6,00	0,00	5
			0,2	28,52	3600,00	96,59	0	<b>19,52</b>	3600,00	15,55	0
	12		0,5	67,90	3600,00	96,45	0	<b>48,60</b>	3600,00	15,20	0
			0,8	116,96	3600,00	96,90	0	<b>77,64</b>	3600,00	15,63	0
			1	146,60	3600,00	97,00	0	<b>95,20</b>	3600,00	13,43	0
		Média		40,47	2822,87	15,71		35,56	1422,54	2,96	
		Média $\bar{S}$		12,34	822,48	0,00		32,32	292,46	0,00	
		Média $\bar{S}$		50,99	3600,00	21,59		41,81	3600,00	8,66	

FONTE: O Autor (2021).

A complexidade de resolução das instâncias propostas depende do tamanho da instância, ou seja, da combinação entre o número de atividades e a capacidade dos operadores. Instâncias com  $I = 10$  e  $Q = 12$  são 100% resolvidas pela formulação A-PAMSM<sup>c</sup> e 75% pela A-PAMSM, em 3600s. Quanto maior a capacidade dos operadores mais fácil torna-se a resolução do problema. Para instâncias com  $I = 30$  e  $Q = 6$  a otimalidade torna-se mais difícil de ser provada. Para este conjunto, o modelo A-PAMSM<sup>c</sup> obteve solução ótima em 48% das instâncias, já a formulação P-PAMSM obteve 10% das instâncias que atingiram o valor ótimo. Para o conjunto de problemas com  $I = 50$  e  $Q = 6$  a otimalidade não é obtida para o modelo P-PAMSM. Por outro lado, a formulação A-PAMSM<sup>c</sup>, para este mesmo conjunto, obteve valor ótimo em 38% das instâncias.

O GRÁFICO 4 apresenta a porcentagem de soluções ótimas obtidas até 3600s para ambas as formulações. A abordagem em classes de clientes apresenta desempenho superior a abordagem com foco somente em clientes. Essa abordagem em classe de clientes obteve solução ótima para 190 (80,1%) instâncias dentro do intervalo de [0, 360] segundos (primeiro degrau no GRÁFICO 4), já a formulação A-PAMSM determinou o ótimo para 51 (52%) instâncias dentro do mesmo intervalo de tempo.

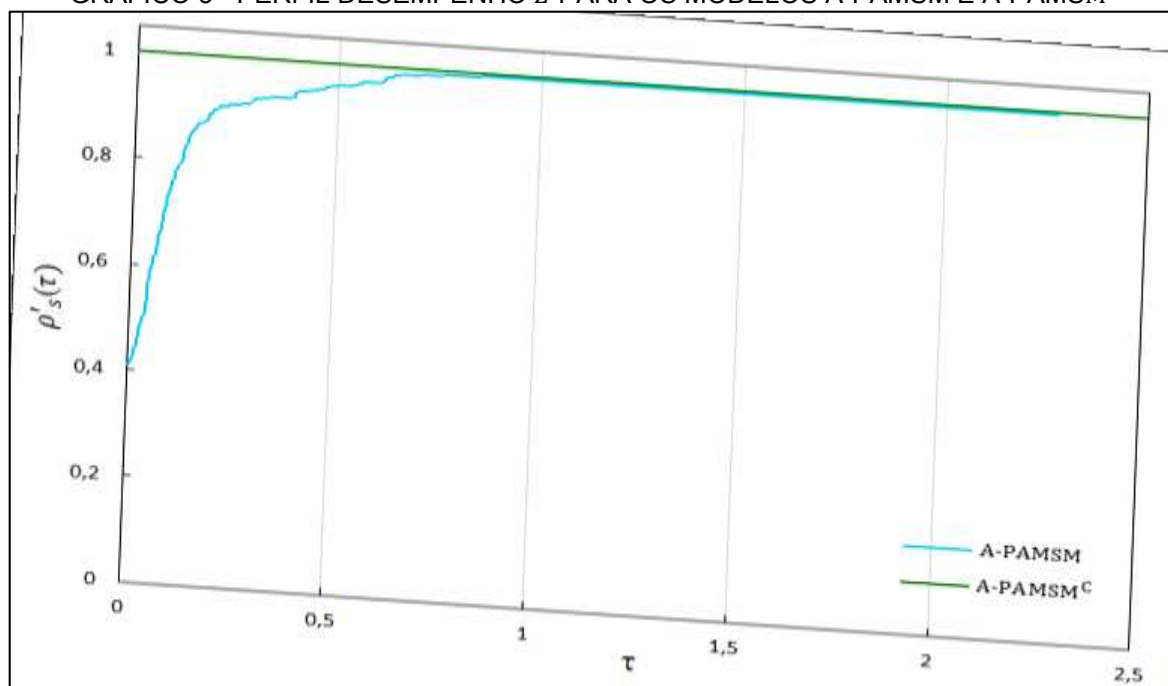
GRÁFICO 4 - COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO ENTRE OS MODELOS COM POLÍTICA APERIÓDICA DE SERVIÇO



FONTE: O autor (2021).

O perfil de desempenho em relação a métrica função objetivo pode ser visto no GRÁFICO 5. Observa-se que a formulação A-PAMSM<sup>c</sup> supera a A-PAMSM em 100% das instâncias ( $\tau = 1$ ). Para 41% das instâncias as soluções obtidas são iguais para ambos os modelos.

GRÁFICO 5 - PERFIL DESEMPENHO Z PARA OS MODELOS A-PAMSM E A-PAMSM<sup>c</sup>



FONTE: O autor (2021).

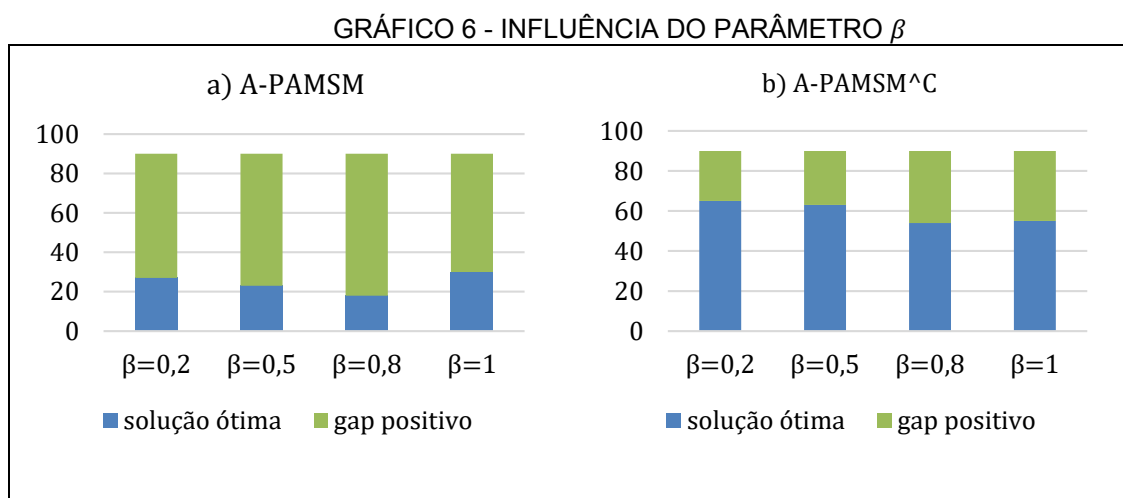
Destaca-se que a complexidade dos problemas propostos não está ligada apenas a capacidade dos operadores, número de atividades e número de clientes, mas, também, ao parâmetro  $\beta$ . O número de soluções ótimas obtidas em formulações aperiódicas de serviços depende da seleção do valor  $\beta$ . Quanto maior for o valor de  $\beta$  mais difícil se torna obter soluções ótimas, principalmente para instâncias com  $I \geq 30$ .

### 5.2.3 Análise do parâmetro $\beta$

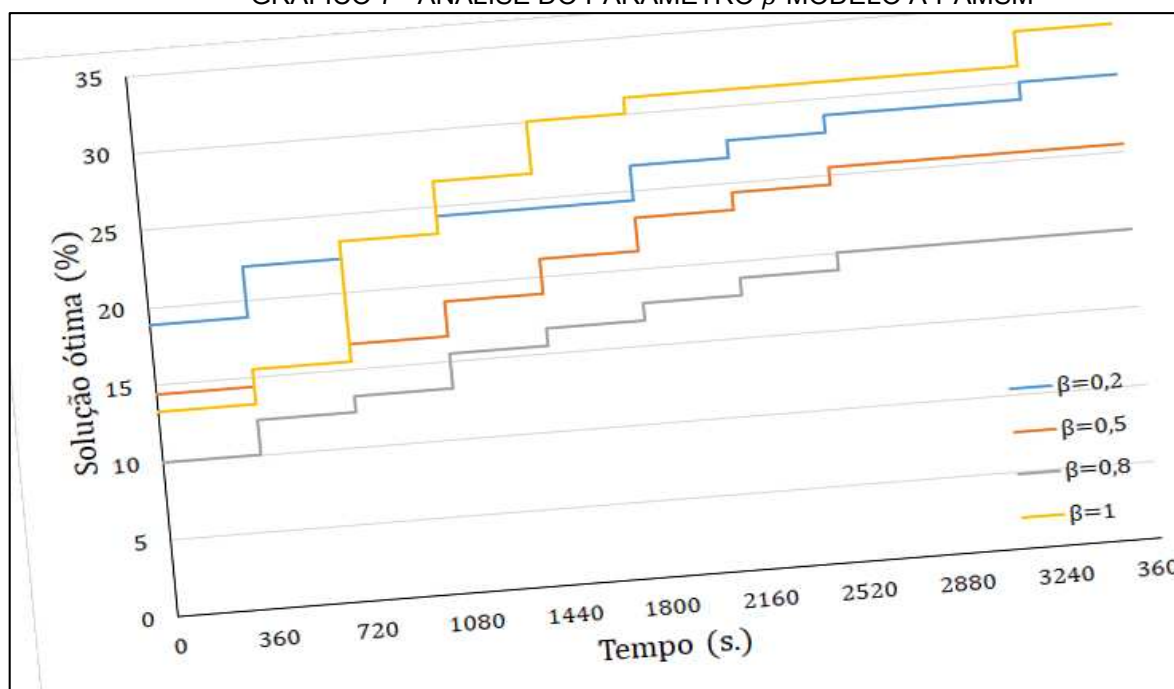
O parâmetro  $\beta$  desempenha papel importante na otimização de problemas com política de serviço aperiódico. Uma vez que, dependendo do valor adotado, tem-se diferentes focos de otimização.

O GRÁFICO 6 exibe o gráfico de frequências para  $\beta$ . As frequências são divididas em dois conjuntos: 1) soluções ótimas; e 2) soluções com *gap* positivo ( $gap > 0$ ). Observa-se que o número de soluções ótimas obtidas em ambos os modelos depende do valor de  $\beta$ . Para instâncias com  $\beta = 0,2$  tem-se 30% de soluções ótimas para o modelo A-PAMSM e 72% para A-PAMSM<sup>c</sup>. Conforme o valor de  $\beta$  aumenta, mais difícil torna-se a obtenção de soluções ótimas, em ambas as formulações. O gráfico mostra, ainda, que a formulação baseada em classes de clientes supera a formulação baseada em clientes, pois, independentemente do valor assumido pelo parâmetro  $\beta$ , a formulação A-PAMSM<sup>c</sup> obtém um número maior de ótimos.

Os GRÁFICO 7 e GRÁFICO 8 apresentam, para cada formulação e cada parâmetro  $\beta$ , a porcentagem de soluções ótimas obtidas até 3600s.



FONTE: O autor (2021).

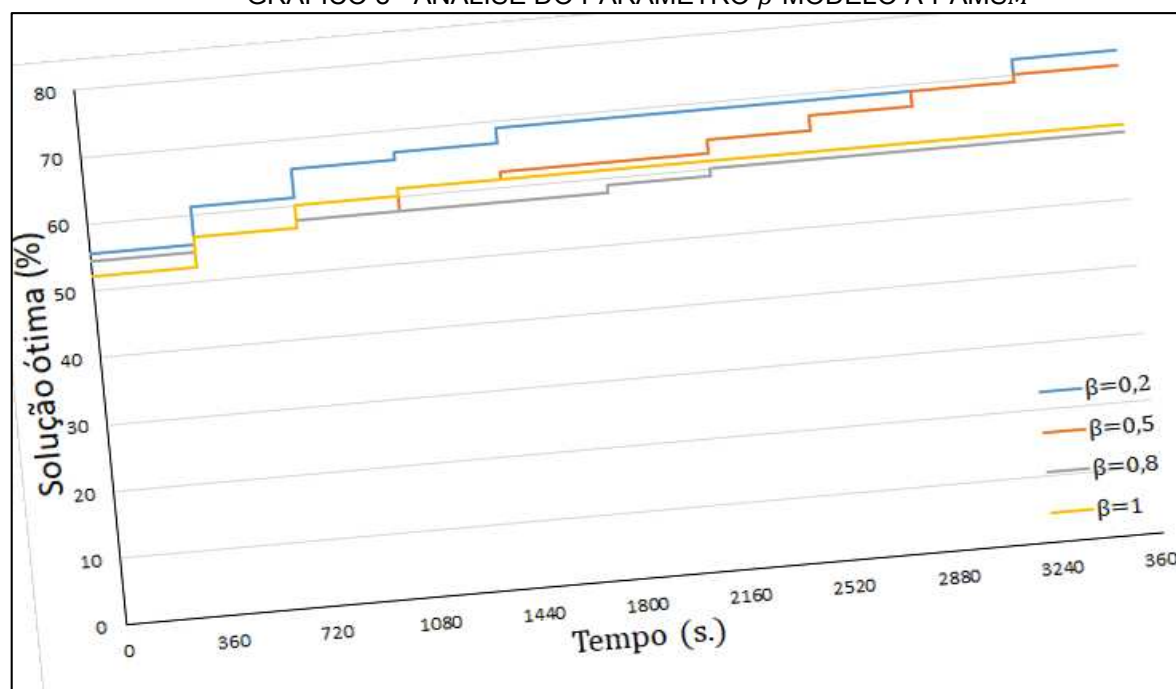
GRÁFICO 7 - ANÁLISE DO PARÂMETRO  $\beta$  MODELO A-PAMSM

FONTE: O autor (2021).

A interpretação do GRÁFICO 7 reforça o pressuposto de que o número de soluções ótimas obtidas dependem do parâmetro  $\beta$ . Para o modelo A-PAMSM, quando  $\beta = 0,2$ , o número de instâncias resolvidas de forma ótima é de 27 instâncias de um total de 90, com tempo médio de 2685s. A menor porcentagem de soluções ótimas obtidas ocorre para  $\beta = 0,8$ . Para este conjunto, a otimalidade foi obtida para apenas 20% das instâncias em um tempo médio de 3054,4s. Ao observar as curvas de desempenho, é possível notar que  $\beta = 1,0$  apresenta o maior número de soluções resolvidas de forma ótima 33,33%, em um tempo médio de 2706,7s. A ocorrência de uma maior porcentagem de instâncias otimamente resolvidas para  $\beta = 1,0$  é devido ao fato de não ocorrer penalização em atividades que tiveram seus atendimentos antecipados.

O GRÁFICO 8 apresenta as curvas de desempenho para a formulação A-PAMSM<sup>c</sup>. Assim como o modelo A-PAMSM, no modelo A-PAMSM<sup>c</sup> a otimalidade depende do valor do parâmetro  $\beta$ . A medida que  $\beta$  aumenta diminui o número de problemas onde se obtém a solução ótima e aumenta-se o tempo de processamento. Os tempos de processamentos mais altos correspondem à  $\beta = 0,8$  com tempo médio de 1593,2s. Além disso,  $\beta = 0,8$  apresenta a menor porcentagem de instâncias resolvidas de forma ótima, 60% das instâncias propostas.



GRÁFICO 8 - ANÁLISE DO PARÂMETRO  $\beta$  MODELO A-PAMSM<sup>c</sup>

FONTE: O autor (2021).

Assim, tem-se a indicação de que quanto maior for o valor de  $\beta$  e menor for a capacidade dos operadores mais difícil torna-se a resolução da instância. Este fato pode ser observado na TABELA 6. Observa-se que a menor porcentagem de problemas resolvidos de forma ótima ocorre no conjunto de instâncias com  $\beta = 0,8$  e  $Q = 6$ . Para esse conjunto de problemas as formulações A-PAMSM e A-PAMSM<sup>c</sup> obtém solução ótima para 17,78% e 57,78% das instâncias, respectivamente. Enquanto os valores mais altos de Gap ocorrem para o conjunto de instâncias onde  $\beta = 0,8$  e  $Q = 12$ .

TABELA 6 - RESUMO PARÂMETRO  $\beta$ 

instância		A-PAMSM				A-PAMSM <sup>c</sup>			
$\beta$	$Q$	$Z$	$T(s)$	$G(\%)$	$S$	$Z$	$T(s)$	$G(\%)$	$S$
0,2	6	15,13	2653,62	9,06	13	14,30	1501,16	2,85	31
	12	10,23	2716,69	18,45	14	8,88	1007,13	2,90	34
0,5	6	36,70	2858,80	8,68	11	35,74	1590,31	2,74	29
	12	25,29	2832,04	19,62	12	22,14	1232,04	2,80	34
0,8	6	58,93	3116,64	13,03	8	56,56	1654,00	2,80	26
	12	41,08	2992,22	22,32	10	34,96	1532,38	3,52	28
1,0	6	76,49	2704,20	13,97	14	69,76	1381,51	2,76	28
	12	59,91	2903,64	20,57	16	42,18	1486,40	3,34	27
Menor valor		10,23	3116,64	9,06	8	8,88	1007,13	2,80	26
Maior valor		76,49	2653,62	22,32	16	69,76	1654,00	3,52	34

FONTE: O Autor (2021).

### 5.3 ESTRATÉGIAS RELAX-AND-FIX E FIX-AND-OPTIMIZE

Para avaliar as heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* propostas nesse trabalho, utilizou-se o conjunto de 450 instâncias de benchmark descritos na seção 5.2. Adotou-se como critério de parada o tempo de execução de 3600s. As soluções determinadas pelas estratégias são comparadas com as soluções determinadas no Gurobi 9.0, utilizando a configuração *default* e tempo de execução limitado em 3600s, estabelecendo assim, um critério de desempenho.

De modo a comparar os resultados obtidos com os testes computacionais utilizou-se, também, o método perfis de desempenho. O QUADRO 4 apresenta um resumo das estratégias R&F e F&O aplicadas nos modelos P-PAMSM e A-PAMSM.

QUADRO 4 - RESUMO ESTRATÉGIAS R&F E F&O

Heurística	Decomposição	Estratégia	P-PAMSM (variáveis)	A-PAMSM (variáveis)
Relax-and-Fix	Períodos	R&F-F	$x, y, o$	$x, y, o$
		R&F-O	$x, y, o$	$x, y, o$
		R&F-O2	$x, y, o$	$x, y, o$
	Operador	R&F-OF	$y, o$	$y, o$
		R&F-OO	$y, o$	$y, o$
		R&F-OO2	$y, o$	$y, o$
Fix-and-Optimize	Clientes	F&O-CF	$x, y$	Não se aplica
		F&O-CO	$x, y$	Não se aplica
		F&O-CO2	$x, y$	Não se aplica
	Atividades	F&O-A	$x, y$	$x, y$
		F&O-CA	Não se aplica	$x, y$

FONTE: O Autor (2021).

#### 5.3.1 Estratégias R&F e F&O aplicadas no modelo P-PAMSM

A TABELA 7 apresenta os resultados dos experimentos computacionais para a formulação P-PAMSM. Os valores apresentados na tabela correspondem ao valor médio da execução de cinco instâncias para cada combinação dias, clientes, atividades e capacidades. O símbolo “-” indica que a estratégia gerou subproblemas infactíveis, não sendo capaz de determinar uma solução viável para todas as instâncias daquele conjunto. A coluna “*inf*” indica o número de problemas infactíveis gerados pelas estratégias.

O *solver* Gurobi obteve pelo menos uma solução viável para todas as instâncias dentro do limite de tempo de uma hora, determinando solução ótima para 46,67% dos problemas propostos. Especificamente, apresentou-se dificuldade para obter a otimalidade para instâncias com número de clientes  $I > 10$ . O menor percentual de problemas resolvidos otimamente ocorre para  $I = 50$ , em que a otimalidade foi comprovada apenas para 3,33% das instâncias. Fica indicado, assim, que os problemas gerados são de difícil resolução. Os resultados indicam que quanto maior o número de clientes e atividades e menor a capacidade dos operadores, mais complexo torna-se a obtenção de solução do problema. O tempo médio de execução foi de 2130,32s.

É possível observar ainda na TABELA 7 que as estratégias R&F apresentam tempo de processamento muito inferior ao método exato, limitado em 3600s, em alguns casos chegando a ser 40 vezes mais rápidas. Por exemplo, a estratégia R&F-F, mas a heurística apresenta desempenho inferior ao Gurobi. Ao observa-se a função objetivo a heurística R&F-F para  $I = 10$  obteve valores 24,8% maiores que o exato, para  $I = 30$  18,16% e para  $I = 50$  11,02% indicando uma tendência de melhor desempenho conforme é aumentado o tamanho e a complexidade do problema.

Para facilitar a visualização e interpretação da TABELA 7 foi gerado o GRÁFICO 9, cuja abcissa representa o valor da função perfil de desempenho.

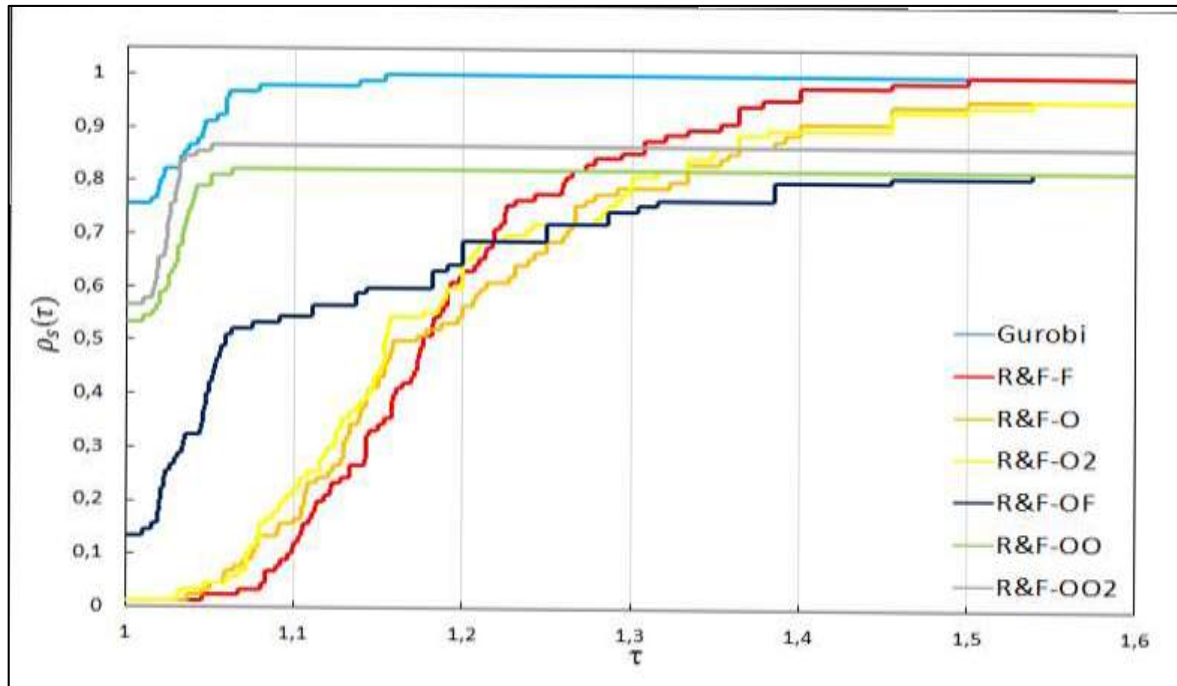
TABELA 7 - RESULTADOS OBTIDOS APÓS A APLICAÇÃO DAS HEURÍSTICAS R&amp;F MODELO P-PAMSM

Instância			GUROBI			R&F-F			R&F-O			R&F-O2			R&F-OF			R&F-OO			R&F_OO2			
I	J	Q	Z	T(s)	G(%)	Z	T(s)	inf	Z	T(s)	inf	Z	T(s)	inf	Z	T(s)	inf	Z	T(s)	inf	Z	T(s)	inf	
10	2	6	15,00	66,00	0,00	16,8	2,00	0	18,20	2,00	0	17,80	2,00	0	18,00	0,40	0	15,00	6,60	0	15,00	17,20	0	
		12	10,60	1,00	0,00	14,80	1,00	0	15,20	1,00	0	15,00	1,00	0	11,80	0,00	0	10,60	0,80	0	10,60	0,80	0	
	3	6	16,60	179,00	0,00	20,40	3,00	0	20,60	3,00	0	21,60	3,20	0	21,60	1,20	0	16,60	9,20	0	16,60	98,60	0	
		12	14,80	55,80	0,00	19,00	2,00	0	19,40	2,00	0	18,60	2,00	0	18,00	0,80	0	14,80	7,20	0	14,80	54,20	0	
	6	6	45,00	809,00	0,01	55,20	10,20	0	55,40	10,20	0	53,80	10,00	0	46,60	9,60	0	-	2	-	-	-	1	
		12	22,80	1500,00	0,00	29,60	5,80	0	29,80	6,00	0	30,00	6,00	0	28,00	2,20	0	22,80	176,40	0	22,80	731,20	0	
30	2	6	39,80	3600,00	0,18	45,80	13,80	0	-	-	2	-	-	2	-	-	2	39,80	1398,60	0	40,00	1088,6	0	
		12	21,00	3315,40	0,03	24,80	7,00	0	25,80	7,20	0	25,20	7,80	0	24,00	9,80	0	21,00	175,40	0	21,00	1184,60	0	
	3	6	60,60	3600,00	0,79	69,60	29,00	0	67,60	30,20	0	67,60	34,80	0	-	-	1	-	1	-	-	-	1	
		12	31,40	3600,00	0,46	37,40	15,40	0	-	-	1	37,60	17,20	0	32,20	86,60	0	31,40	1030,80	0	31,00	1141,00	0	
	6	6	118,00	165,20	0,00	141,4	100,00	0	133,60	102,00	0	135,2	103,60	0	-	-	1	121,80	511,80	0	120,6	514,20	0	
		12	120,00	229,00	0,00	142,8	100,6	0	136,20	102,4	0	141,00	104,00	0	-	-	1	-	1	123,0	770,60	0		
50	2	6	65,80	3600,00	0,44	71,40	42,8	0	69,80	45,00	0	69,20	48,40	0	-	-	3	-	3	-	-	-	3	
		12	35,20	3600,00	0,58	41,60	22,00	0	-	-	1	-	-	2	35,00	219,20	0	-	1	35,20	1418,60	0		
	3	6	99,20	3600,00	0,92	107,00	88,60	0	103,4	101,40	0	103,40	114,2	0	-	-	2	-	5	-	-	-	2	
		12	49,40	3600,00	0,78	53,20	46,60	0	53,20	56,80	0	53,80	59,80	0	-	-	2	48,40	1830,20	0	-	-	-	2
	6	6	193,20	3225,40	0,06	225,2	283,20	0	220,00	324,80	0	216,80	442,00	0	-	-	3	-	2	-	-	-	-	2
		12	109,00	3600,00	0,93	114,2	164,20	0	114,00	195,00	0	110,00	358,8	0	1	1019,6	1	-	1	-	-	-	-	1
Média			59,30	2130,32	28,75	68,34	52,07	0	68,17	59,74	4	67,83	77,78	4	52,37	230,35	16	52,16	769,69	16	54,36	1006,20	12	
Média S			47,5	450,6	0,00	57,42	33,40		56,05	35,09		56,48	39,85		47,4	355,68		42,76	782,28		43,09	897,45		
Média S̄			69,625	3600	53,91	77,89	68,40		79,75	83,70		78,66	114,61		58,24	437,91		62,08	1425,72		66,22	1750,51		

FONTE: O Autor (2021).

Analisando as curvas de desempenhos, nota-se que nem todas as estratégias atingiram o valor  $\rho_s(\tau) = 1$ . Isto indica que algumas estratégias não foram capazes de resolver os 90 problemas gerados. A estratégia R&F-F foi a única atingir o valor 1, atingindo  $\rho_s(\tau) = 1$  para  $\tau = 1,5$ , ou seja, o pior resultado dessa estratégia é 50% maior do que o melhor resultado geral obtido. A estratégia R&F-OO2 obteve o melhor desempenho em 56,67% dos problemas ( $\tau = 1$ ), mas a estratégia não foi capaz de determinar uma solução factível para todas as instâncias. Com efeito, já que sua curva não atingiu o valor  $\rho_s(\tau) = 1$  e a estratégia determinou solução factível para 86,67% das instâncias. Assim como a heurística R&F-OO2, as estratégias R&F-O, R&F-O2, R&F-OF e R&F-OO não determinaram solução factível para todas as instâncias propostas, sendo que as estratégias R&F-OF e R&F-OO apresentam a menor quantidade de problemas factíveis (82%).

GRÁFICO 9 - PERFIL DE DESEMPENHO Z PARA AS ESTRATÉGIAS R&F



FONTE: O Autor (2021).

Devido à grande variabilidade que ocorreu no tempo computacional foi necessário um ajuste com o uso de uma escala logarítmica (82) para a representação dos perfis de desempenho.

$$\tau \in [0, r_M) \text{ e } r_M = \max\{\log_2(r_{p,s}): p \in P \text{ e } s \in S\}.$$

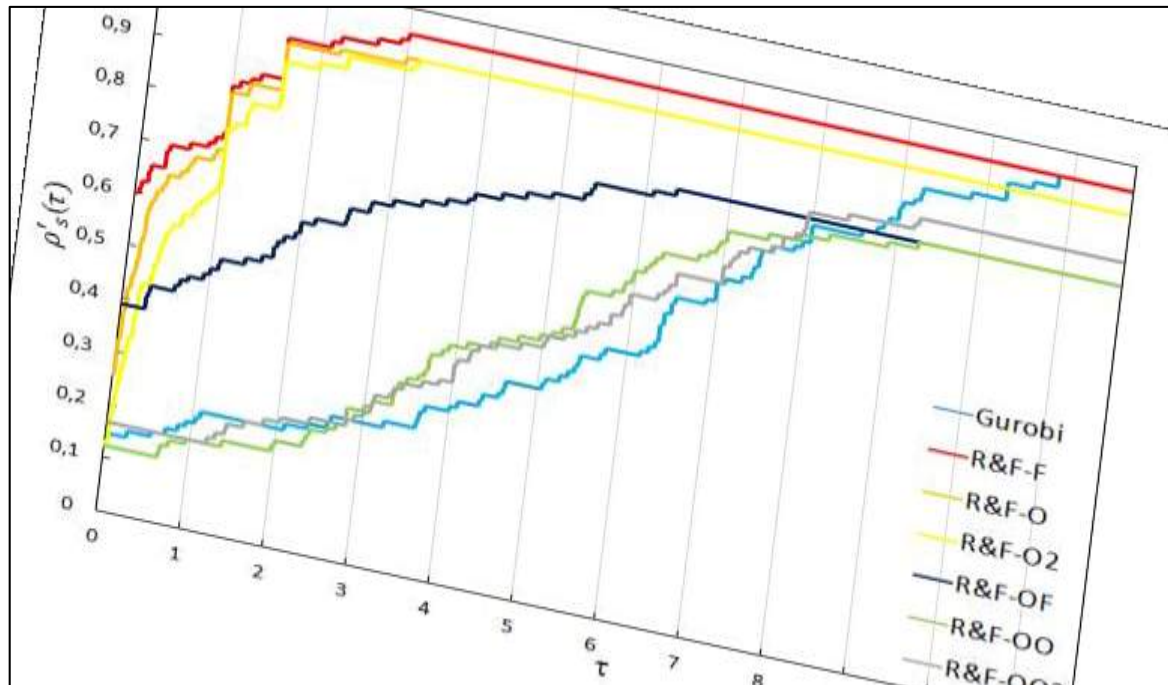
(82)

$$\rho'_s(\tau) = \frac{|\{p \in P: \log_2(r_{p,s}) \leq \tau\}|}{n_p}$$

A representação gráfica dos perfis de desempenhos das estratégias R&F podem ser vistas no GRÁFICO 10. Nele utilizou-se a função  $\rho'_s(\tau)$  ao invés de  $\rho_s(\tau)$ . O desempenho da estratégia R&F-F é superior às demais estratégias, uma vez que atingiu  $\rho'_s(\tau) = 1$  para  $\tau = 3$ , ou seja, possui  $r_{p,s} = 8,00$  indica que o pior resultado dessa estratégia é 8 vezes maior do que o melhor resultado geral obtido pelas demais estratégias.

É possível observar que a estratégia R&F-F obteve desempenho superior às demais estratégias em 60% das instâncias ( $\tau = 0$ ), seguida pela estratégia R&F-OF, que atingiu 38,89%. Com exceção R&F-F as demais estratégias não atingem  $\rho'_s(\tau) = 1$ , em razão dessas não terem determinado solução factível para os 90 problemas. Observa-se ainda que a curva da abordagem Exata é quase toda dominada pelas demais, pois apresenta os maiores tempos de processamento.

GRÁFICO 10 - PERFIL DE DESEMPENHO T PARA AS ESTRATÉGIAS R&F



FONTE: O Autor (2021).

Após a análise de perfil de desempenho da heurística *relax-and-fix*, aplicaram-se as estratégias *fix-and-optimize*. As estratégias F&O foram aplicadas nas soluções obtidas pela heurística R&F-F em razão dessa ter sido a única estratégia R&F a

determinar solução factível para todas as instâncias propostas. O tempo total de processamento para os testes foi estipulado em 3600s para a execução das heurísticas R&F-F e F&O somadas.

A TABELA 8 apresenta os resultados da R&F-F combinados com estratégias F&O. Os tempos de processamento são apresentados na coluna  $t^*$  e a respectiva coluna indica os tempos somados na aplicação das duas heurísticas R&F-F/F&O. Os melhores resultados para  $Z$  são destacados em negritos.

Observa-se que todas as estratégias F&O apresentam melhorias na solução inicial fornecida pela heurística R&F-F. A combinação das estratégias R&F-F/F&O-A sobressai entre as demais combinações, pois apresentou as menores médias de processamento (60,32s) e da função objetivo (65,4).

TABELA 8 - RESULTADOS OBTIDOS COM APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS F&O NA ESTRATÉGIA R&F-F

Instância			R&F-F		F&O-CF		F&O-CO		F&O-CO2		F&O-A	
I	J	Q	Z	T	Z	t*	Z	t*	Z	t*	Z	t*
10	2	6	16,8	2	16,60	2,2	<b>15,80</b>	2,20	15,80	2,20	<b>15,80</b>	2,00
		12	14,80	1,00	13,80	1,00	13,60	1,00	13,20	1,00	<b>12,60</b>	1,00
	3	6	20,40	3,00	18,20	4,00	<b>18,00</b>	4,00	18,60	4,00	18,20	3,00
		12	19,00	2,00	<b>17,60</b>	3,00	<b>17,60</b>	3,00	17,80	3,00	<b>17,60</b>	2,00
	6	6	55,2	10,2	<b>52,00</b>	14,20	52,40	14,20	51,00	13,80	53,40	12,20
		12	29,60	5,80	<b>26,80</b>	7,80	28,20	7,80	29,20	7,80	28,40	6,80
30	2	6	45,8	13,8	44,00	26,80	45,20	26,20	45,40	26,20	<b>43,20</b>	15,80
		12	24,80	7,00	23,00	14,20	23,20	13,60	23,20	13,60	<b>22,80</b>	7,20
	3	6	69,6	29	67,20	52,00	67,40	51,80	67,20	51,00	<b>65,00</b>	32,00
		12	37,40	15,40	36,20	28,40	<b>36,00</b>	28,40	36,60	28,20	36,20	16,40
	6	6	141,4	100	<b>136,20</b>	179,4	<b>136,20</b>	183,60	136,80	186,40	137,20	119,00
		12	142,8	100,6	136,40	179,8	137,20	184,20	137,20	186,80	136,40	119,60
50	2	6	71,4	42,8	69,00	96,00	69,40	96,00	69,00	95,00	<b>66,20</b>	46,40
		12	41,60	22,00	40,60	51,40	40,80	50,00	40,60	49,80	<b>39,40</b>	23,60
	3	6	107	88,6	106,40	190,00	105,60	189,80	103,80	188,40	<b>102,60</b>	97,60
		12	53,2	46,6	<b>52,40</b>	103,40	<b>52,40</b>	103,00	52,80	102,00	52,60	50,60
	6	6	225,2	283,2	<b>216,40</b>	637,60	<b>216,40</b>	654,00	217,00	669,40	218,00	339,80
		12	114,2	164,2	113,80	347,00	113,40	345,00	113,20	343,80	<b>111,60</b>	190,80
Média			68,34	52,07	65,92	107,68	66,04	108,77	66,02	109,58	65,40	60,32
Média S			57,42	33,4	54,57	61,97	54,71	63,30	54,79	30,86	54,81	39,62
Média S̄			77,89	68,4	75,85	147,67	75,95	148,54	75,85	80,83	74,67	78,44

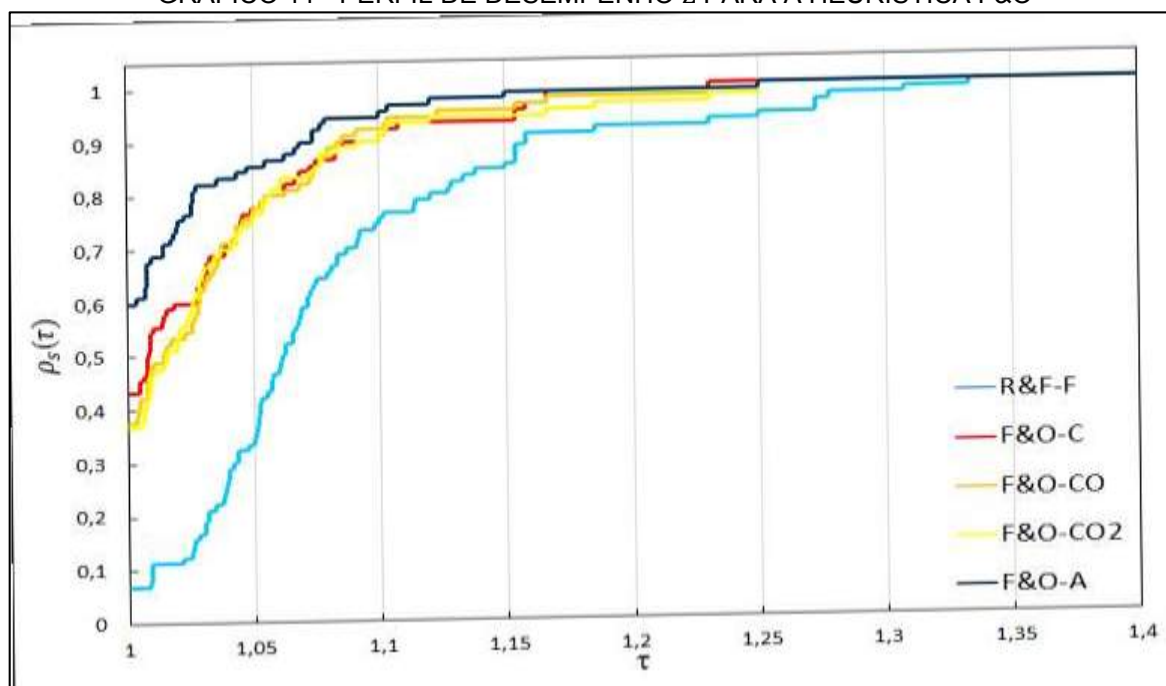
FONTE: O Autor (2021).

Na TABELA 8 é possível avaliar a qualidade das estratégias no que concerne ao tempo de execução. Verifica-se que a estratégia F&O-A apresenta o menor tempo, obtendo um tempo médio de 8,25s por problema, sendo ainda, a estratégia que

apresentou a melhor melhoria média, aproximadamente 5,59% por instância. Em contrapartida, o maior tempo de execução foi alcançado pela estratégia F&O-CO2 com tempo médio de 57,51s e melhoria média de 4,16%, aproximadamente, por instância.

Ao aplicar o método de perfil de desempenho aos resultados obtidos gerou-se o GRÁFICO 11. Ao analisar as curvas de desempenho, nota-se que a curva da estratégia R&F-F é completamente dominada pelas demais. Isto indica que todas as estratégias *fix-and-optimize* propostas melhoraram o resultado obtido pela R&F-F. A estratégia F&O-A obteve o melhor desempenho para 60% das 90 instâncias ( $\tau = 1$ ). Além disso, apresentou boa convergência atingindo o valor  $\rho_s(\tau) = 1$  em  $\tau = 1,25$ . Constata-se que, a estratégia F&O-CO2 obteve os melhores resultados entre as demais em apenas 36,67% dos problemas, atingiu o valor  $\rho_s(\tau) = 1$  em  $\tau = 1,25$ , sugerindo que o pior desempenho dessa estratégia é 25% maior do que o melhor resultado geral obtido nos testes, empatando com as F&O-C, F&O-CO e F&O-A.

GRÁFICO 11 - PERFIL DE DESEMPENHO Z PARA A HEURÍSTICA F&O



FONTE: O Autor (2021).

### 5.3.2 Estratégias R&F e F&O aplicadas no modelo P-PAMSM<sup>c</sup>

Nesse tópico analisa-se o desempenho das estratégias R&F e F&O aplicadas no modelo P-PAMSM<sup>c</sup>, política periódica de serviço e classes de clientes. A TABELA



9 apresenta os resultados da estratégia *relax-and-fix*. As características dessa tabela, seguem as mesmas da TABELA 7.

A abordagem exata determinou pelo menos uma solução viável para todas as instâncias dentro do limite de tempo. Obteve-se a solução ótima para 52,22% dos problemas propostos, com um tempo médio de 148,57s. O menor percentual de problemas resolvidos otimamente, ocorre para  $I = 50$ , em que a otimalidade foi comprovada apenas para 13,33% das instâncias. Observa-se que o gap médio é de 10,61% para instâncias sem ótimo conhecido. Este valor é inferior ao modelo P-PAMSM, cujo *gap* médio foi de 53,91% (TABELA 7). Outro fato a ser destacado é a infactibilidade, a qual foi menos recorrente no modelo P-PAMSM<sup>c</sup>.

Com a aplicação da função perfil de desempenho gerou-se o GRÁFICO 12. Ao analisar as curvas de desempenho constata-se que a estratégia R&F-OO2 obteve o melhor desempenho em 54,44% dos problemas ( $\tau = 1$ ). Mas a R&F-OO2 não foi capaz de determinar uma solução factível para todas as instâncias, uma vez que sua curva não atingiu o valor  $\rho_s(\tau) = 1$ . Esta estratégia apresentou 1 problema infactível dentre os 90. Assim como a R&F-OO2, a estratégia R&F-OO não foi capaz de determinar a solução viável para apenas uma instância.

Ao observar as curvas de desempenho é possível notar que a estratégia R&F-F atingiu  $\rho_s(\tau) = 1$  para  $\tau = 1,5$ , ou seja, o pior resultado dessa estratégia é 50% maior que o melhor resultado geral obtido. Em contrapartida, o pior perfil de desempenho foi obtido pela R&F-O2, atingindo o valor  $\rho_s(\tau) = 1$  em  $\tau = 1,54$ .

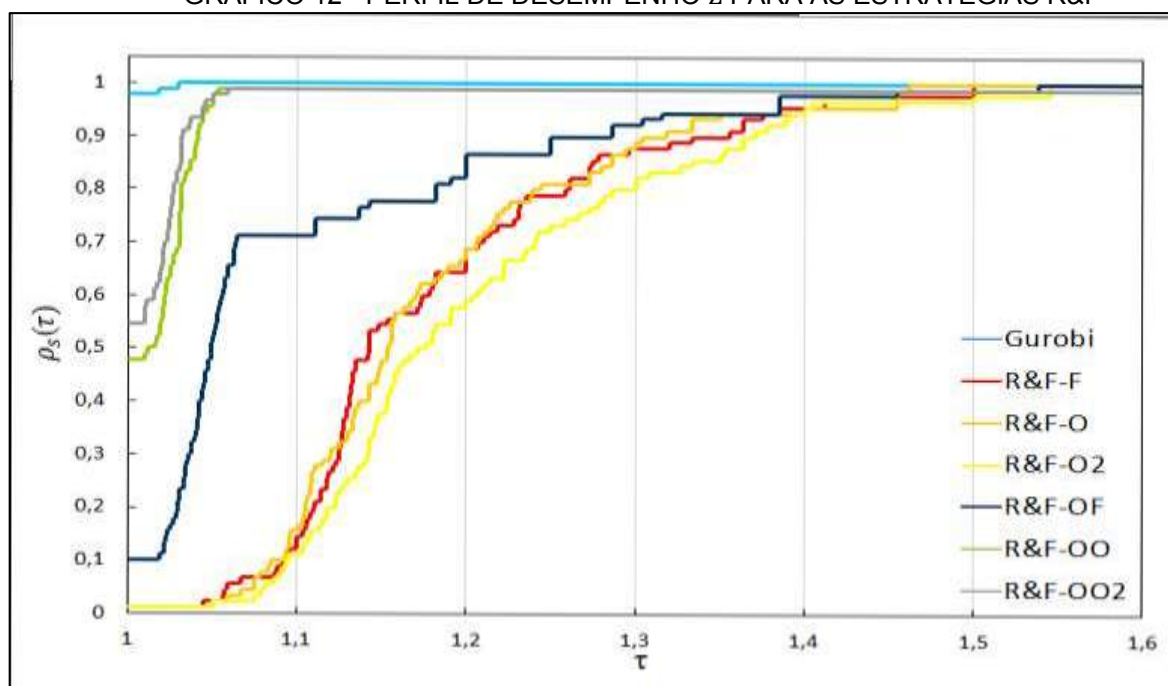
Em relação ao tempo de processamento, o GRÁFICO 13 exhibe os perfis de desempenho para as estratégias. Nota-se que a curva da abordagem exata é dominada pelas demais, indicando que os maiores tempos de processamento são os determinados por esta abordagem. Observa-se que a melhor performance é obtida pela R&F-F, que em 87,78% dos problemas teve o menor tempo de processamento.

TABELA 9 - RESULTADOS OBTIDOS APÓS A APLICAÇÃO DAS HEURÍSTICAS R&F MODELO P-PAMSM<sup>C</sup>

Instância			GUROBI			R&F-F			R&F-O			R&F-O2			R&F-OF			R&F-OO			R&F_OO2		
<i>I</i>	<i>J</i>	<i>Q</i>	<i>Z</i>	<i>T(s)</i>	<i>G(%)</i>	<i>Z</i>	<i>T(s)</i>	<i>inf</i>	<i>Z</i>	<i>T(s)</i>	<i>inf</i>	<i>Z</i>	<i>T(s)</i>	<i>inf</i>	<i>Z</i>	<i>T(s)</i>	<i>inf</i>	<i>Z</i>	<i>T(s)</i>	<i>inf</i>	<i>Z</i>	<i>T(s)</i>	<i>inf</i>
10	2	6	15,00	10,77	0,00	16,60	0,60	0	17,80	0,40	0	17,80	0,40	0	18,00	0,00	0	15,00	1,40	0	15,00	4,20	0
		12	10,60	0,42	0,00	14,20	0,00	0	14,40	0,00	0	15,40	0,00	0	11,80	0,00	0	10,60	0,00	0	10,60	0,00	0
	3	6	16,60	737,59	0,00	20,60	0,80	0	19,40	0,40	0	21,20	0,40	0	21,60	0,00	0	16,60	1,80	0	16,60	4,60	0
		12	14,80	42,68	0,00	18,00	0,00	0	18,00	0,00	0	18,40	0,00	0	18,00	0,00	0	14,80	5,60	0	14,80	33,00	0
	6	6	45,00	48,84	0,00	54,60	2,00	0	55,40	2,00	0	58,60	2,00	0	46,40	5,80	0	46,20	19,60	0	46,00	54,60	0
		12	22,80	85,56	0,00	30,60	1,00	0	30,00	1,00	0	30,20	1,00	0	28,00	0,00	0	22,80	15,60	0	22,80	49,00	0
30	2	6	39,40	3600,00	11,14	45,00	1,00	0	45,80	1,00	0	45,20	1,00	0	40,40	9,80	0	39,60	32,80	0	39,80	72,80	0
		12	21,00	2168,28	3,86	24,80	0,00	0	24,60	0,00	0	24,80	0,00	0	24,00	0,00	0	21,00	4,40	0	21,00	11,20	0
	3	6	59,60	3600,00	11,73	66,60	2,20	0	67,40	2,40	0	69,80	2,60	0	62,80	5,40	0	60,60	90,80	0	60,40	270,20	0
		12	30,80	2955,19	11,25	37,20	1,00	0	37,20	1,00	0	37,80	1,00	0	32,20	2,00	0	31,20	22,60	0	31,20	38,00	0
	6	6	118,00	7,31	0,00	137,60	7,00	0	135,60	7,80	0	137,20	8,60	0	123,60	8,20	0	122,20	10,20	0	121,00	12,00	0
		12	120,00	12,64	0,00	140,00	7,00	0	140,40	7,80	0	141,40	8,20	0	126,20	10,60	0	-		1	123,20	23,40	0
50	2	6	63,80	3600,00	6,19	71,80	1,00	0	70,00	1,20	0	71,20	1,40	0	66,60	24,40	0	65,20	132,40	0	64,80	348,60	0
		12	34,40	3600,00	10,46	40,00	0,80	0	39,80	1,00	0	41,60	1,00	0	35,00	3,40	0	35,00	13,80	0	34,80	37,60	0
	3	6	94,20	3600,00	10,64	104,60	3,00	0	104,80	3,20	0	104,60	4,80	0	98,20	3,40	0	96,80	57,60	0	95,60	198,20	0
		12	47,40	3600,00	10,13	52,80	1,00	0	52,40	1,40	0	53,60	2,00	0	48,60	19,40	0	48,40	931,00	0	48,00	1237,20	0
	6	6	192,60	1087,25	0,10	220,80	11,80	0	213,20	14,00	0	216,20	16,20	0	203,00	24,20	0	200,40	32,60	0	-		1
		12	97,80	3600,00	15,73	109,80	5,40	0	112,80	7,40	0	112,40	10,00	0	101,60	16,20	0	100,00	224,20	0	98,80	1389,00	0
Média			57,99	1797,59	5,07	66,97	2,53		66,61	3,02		67,63	3,52		61,44	8,97		58,67	108,60		57,64	245,63	
Média <i>S</i>			56,55	148,57	0,00	66,87	3,00		67,42	3,28		67,21	3,62		60,83	4,66		56,65	10,21		55,04	23,23	
Média <i>S̄</i>			59,56	3600,00	10,61	73,97	2,23		70,65	2,65		73,20	3,33		70,29	11,71		60,84	175,98		60,42	420,70	

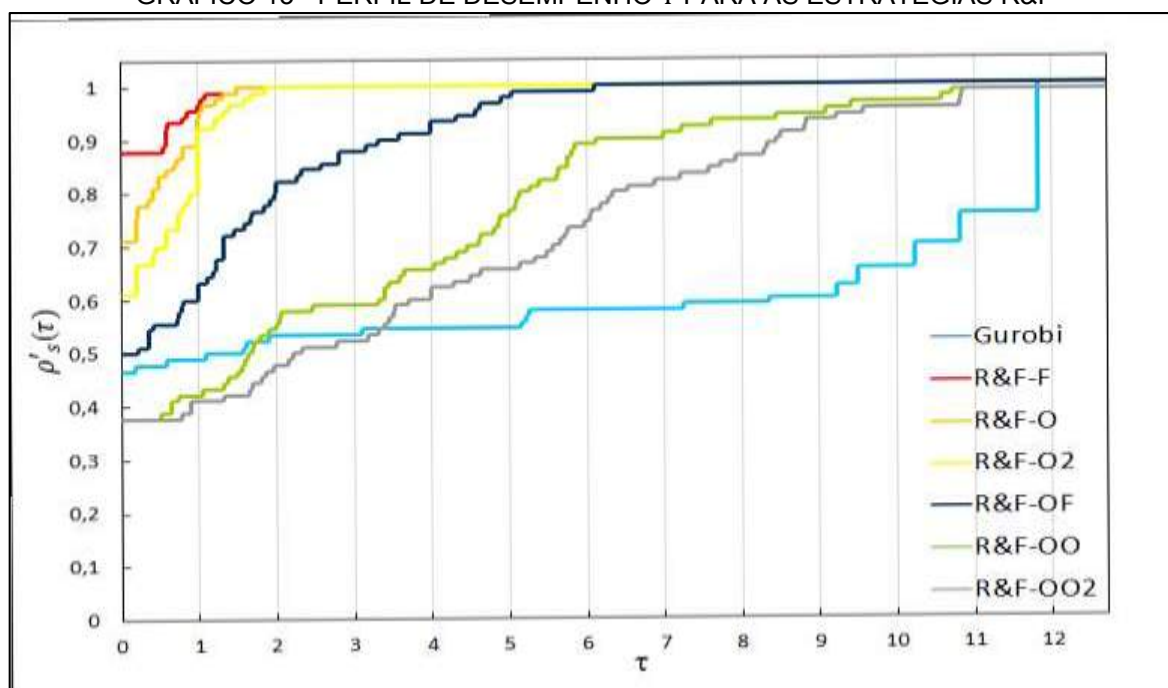
FONTE: O Autor (2021).

GRÁFICO 12 - PERFIL DE DESEMPENHO Z PARA AS ESTRATÉGIAS R&amp;F



FONTE: O Autor (2021).

GRÁFICO 13 - PERFIL DE DESEMPENHO T PARA AS ESTRATÉGIAS R&amp;F



FONTE: O Autor (2021).

Para o modelo P-PAMSM<sup>c</sup> optou-se em aplicar as estratégias F&O em duas heurísticas R&F, visto que o número de problemas infactíveis foi nulo ou muito baixo para ambas as estratégias de decomposição. Para isso escolheu-se uma estratégia de cada tipo, períodos e operadores de acordo com seus desempenhos. A TABELA 10 contém os resultados dos testes.

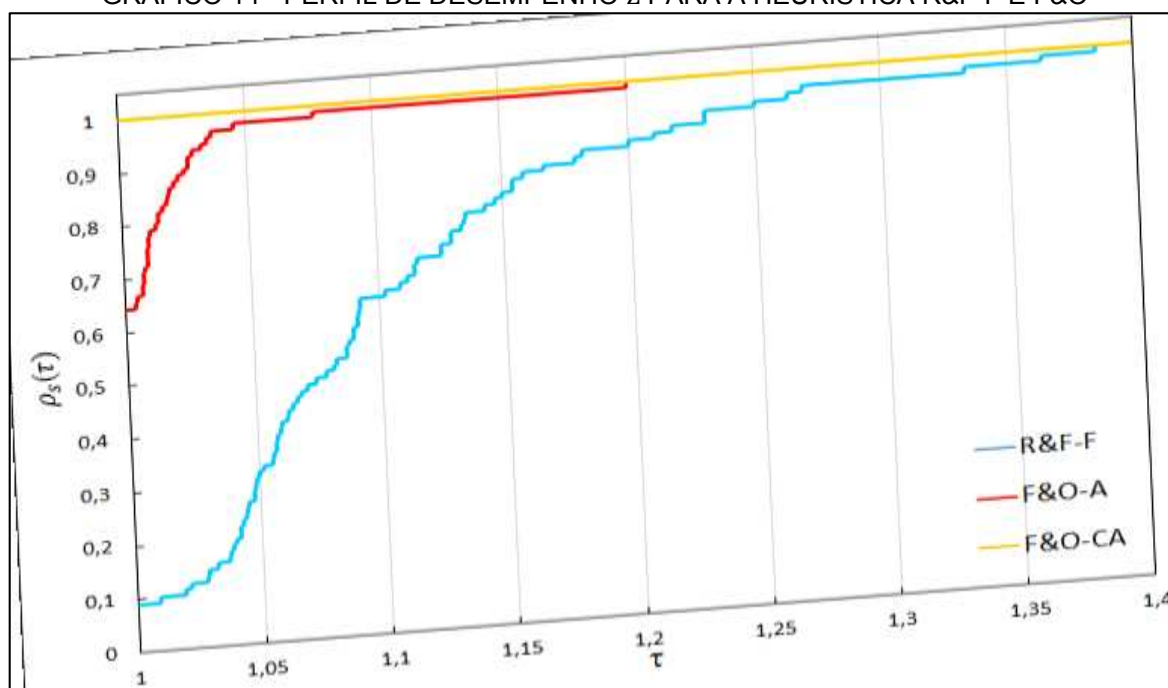
TABELA 10 - RESULTADOS OBTIDOS COM APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS F&amp;O NA ESTRATÉGIA R&amp;F-F E R&amp;F-OO2

Instância			R&F-F		R&F-F/F&O-A		R&F-F/F&O-CA		R&F-OO2		R&F-OO2/F&O-A		R&F-OO2/F&O-CA	
<i>I</i>	<i>J</i>	<i>Q</i>	<i>Z</i>	<i>T</i>	<i>Z</i>	<i>t*</i>	<i>Z</i>	<i>t*</i>	<i>Z</i>	<i>T</i>	<i>Z</i>	<i>t*</i>	<i>Z</i>	<i>t*</i>
10	2	6	16,60	0,60	15,60	0,60	15,60	0,60	15,00	4,20	<b>15,00</b>	4,20	<b>15,00</b>	4,20
		12	14,20	0,00	12,60	0,00	12,20	0,00	10,60	0,00	<b>10,60</b>	0,00	<b>10,60</b>	0,00
	3	6	20,60	0,80	17,20	0,80	17,20	0,80	16,60	4,60	<b>16,60</b>	4,60	<b>16,60</b>	4,60
		12	18,00	0,00	15,60	0,00	15,60	0,00	14,80	33,00	<b>14,80</b>	33,00	<b>14,80</b>	33,00
	6	6	54,60	2,00	52,20	2,00	51,60	3,00	46,00	54,60	<b>46,00</b>	54,60	<b>46,00</b>	55,60
		12	30,60	1,00	26,20	1,00	25,80	1,00	22,80	49,00	<b>22,80</b>	49,00	<b>22,80</b>	49,00
30	2	6	45,00	1,00	41,40	1,20	41,20	1,00	39,80	72,80	<b>39,60</b>	72,80	<b>39,60</b>	72,80
		12	24,80	0,00	22,60	0,00	22,40	0,00	21,00	11,20	<b>21,00</b>	11,20	<b>21,00</b>	11,20
	3	6	66,60	2,20	63,40	2,20	62,80	2,20	60,40	270,20	<b>60,40</b>	270,20	<b>60,40</b>	270,20
		12	37,20	1,00	34,00	1,00	33,80	1,00	31,20	38,00	<b>31,20</b>	38,00	<b>31,20</b>	38,00
	6	6	137,60	7,00	130,80	8,00	129,80	10,80	121,00	12,00	<b>121,00</b>	13,00	<b>121,00</b>	15,40
		12	140,00	7,00	134,20	8,00	133,40	10,40	123,20	23,40	<b>123,20</b>	24,40	<b>123,20</b>	27,00
50	2	6	71,80	1,00	65,00	1,00	65,00	1,00	64,80	348,60	<b>64,80</b>	349,00	<b>64,80</b>	348,60
		12	40,00	0,80	36,20	1,00	36,00	0,80	34,80	37,60	<b>34,80</b>	37,60	<b>34,80</b>	37,60
	3	6	104,60	3,00	99,80	3,00	98,40	3,00	95,60	198,20	<b>95,60</b>	199,80	<b>95,60</b>	198,20
		12	52,80	1,00	50,60	1,00	50,00	1,00	48,00	1237,20	<b>48,00</b>	1237,20	<b>48,00</b>	1237,20
	6	6	220,80	11,80	213,80	13,80	210,80	18,80						
		12	109,80	5,40	105,60	6,40	105,00	8,40	98,80	1389,00	<b>98,80</b>	1390,00	<b>98,80</b>	1392,00
Média			66,97	2,53	63,16	2,83	62,59	3,54	57,64	212,88	57,61	215,64	57,62	216,20
Média <i>S</i>			66,87	3,00	64,49	3,38	62,404	4,46	55,04	23,23	55,04	23,58	55,02	24,56
Média <i>S̄</i>			73,97	2,23	66,33	2,4	69,23	2,8	60,42	420,70	60,35	421,09	60,4	421,209

FONTE: O Autor (2021).

O GRÁFICO 14 apresenta o perfil de desempenho para as combinações R&F-F e F&O. Ao observar as curvas de desempenho, nota-se que a curva da R&F-F é dominada pelas demais, indicando que ambas as estratégias F&O melhoraram os resultados obtidos pela R&F-F. A combinação R&F-F/F&O-CA apresentou melhor desempenho em 100% das 90 instâncias ( $\tau = 1$ ). Apresentou melhoria média de aproximadamente 8,56% por instância e se analisados os problemas com ótimos desconhecidos, a melhoria foi ainda maior, aproximadamente 10,33%, em média. Em relação ao tempo de processamento a estratégia R&F-F/F&O-A obteve tempos menores, 6,4s em média. A R&F-F/F&O-CA teve uma média de 8,4s por problema. A diferença não foi considerada significativa.

GRÁFICO 14 - PERFIL DE DESEMPENHO Z PARA A HEURÍSTICA R&F-F E F&O

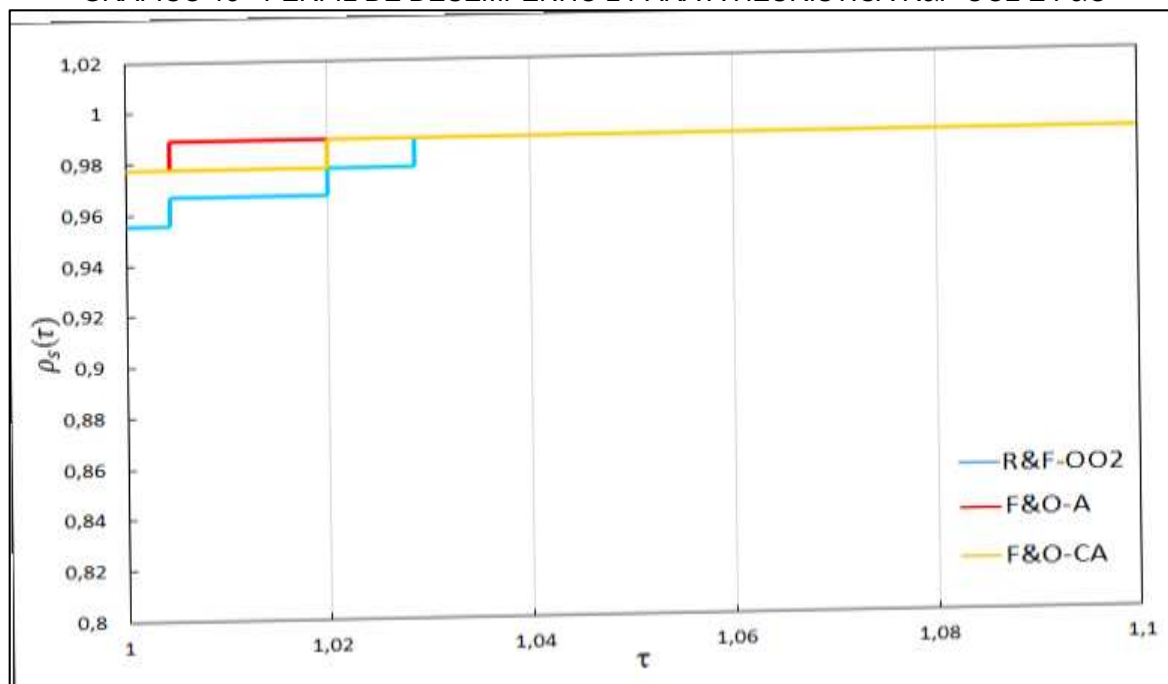


FONTE: O Autor (2021).

Ao aplicar a técnica de perfil de desempenho nos resultados das combinações R&F-OO2 e F&O gerou-se o GRÁFICO 15. Destaca-se que ambas as combinações R&F-OO2/F&O-A e R&F-OO2/F&O-CA produziram resultados melhores que apenas aplicação da R&F-OO2, uma vez que ambas as curvas dominam a curva da R&F-OO2.

A diferença entre as duas combinações é pequena, pois determinaram resultados muito próximos. Ambas obtiveram o melhor desempenho para 97,78% dos problemas, atingiram o valor  $\rho_s(\tau) = 1$  em  $\tau = 1,004$  para R&F-OO2/F&O-A e  $\tau = 1,02$  para R&F-OO2/F&O-CA.

GRÁFICO 15 - PERFIL DE DESEMPENHO Z PARA A HEURÍSTICA R&amp;F-OO2 E F&amp;O



FONTE: O Autor (2021).

Ao analisar todas as combinações propostas para o modelo P-PAMSM<sup>c</sup> tem-se que a abordagem R&F-OO2/F&O-A atingiu os melhores resultados. Obteve um desempenho 9,63% melhor que a R&F-F/F&O-A, 8,64% que a R&F-F/F&O-CA e 0,017% em relação a R&F-OO2/F&O-CA. Esta última, com superioridade insignificante.

### 5.3.3 Estratégias R&F e F&O aplicadas no modelo A-PAMSM

Nesta seção apresenta-se os resultados e desempenhos obtidos pelas estratégias R&F e F&O aplicadas no modelo A-PAMSM. Nota-se que o conjunto de instâncias para esse modelo é maior que os resolvidos pela formulação periódica, devido às possíveis combinações de  $\beta = \{0,2; 0,5; 0,8; 1\}$ .

A TABELA 11 contém o desempenho médio de cinco instâncias para cada grupo  $T, I, J, Q$  e  $\beta$ . O número de problemas infactíveis, gerados pela estratégia R&F, é apresentado na coluna "*inf*".

TABELA 11 - RESULTADOS OBTIDOS APÓS A APLICAÇÃO DAS HEURÍSTICAS R&amp;F NO MODELO A-PAMSM

Inatâncias				GUROBI			R&F-F			R&F-O			R&F-O2			R&F-OF			R&F-OO			R&F-OO2		
I	J	Q	$\beta$	Z	T	G	Z	T	inf	Z	T	inf	Z	T	inf	Z	T	inf	Z	T	inf	Z	T	inf
10	2	0,2	3,00	193,80	0,00	3,44	15,60	0	3,56	19,00	0	3,64	19,60	0	3,60	63,20	0	3,00	44,80	0	3,00	129,00	0	
		6 0,5	7,50	679,20	0,00	8,90	15,20	0	-		1	8,60	20,20	0	8,70	674,20	0	7,50	104,00	0	7,50	272,40	0	
		0,8	11,20	1333,60	1,05	13,60	14,40	0	12,96	18,40	0	12,72	20,40	0	11,92	501,60	0	11,20	511,80	0	11,20	757,40	0	
		1	12,80	1679,60	3,08	16,60	588,00	0	15,80	360,00	0	14,20	283,80	0	12,80	227,80	0	12,80	202,20	0	12,80	97,80	0	
		0,2	2,12	14,40	0,00	2,96	14,60	0	3,04	17,40	0	3,04	17,40	0	2,36	12,00	0	2,12	13,60	0	2,12	13,40	0	
		12 0,5	5,30	20,20	0,00	7,60	14,20	0	7,40	17,00	0	7,70	18,20	0	5,90	18,80	0	5,30	20,00	0	5,30	20,20	0	
	3	0,8	8,28	76,40	0,00	11,84	14,00	0	10,60	18,20	0	10,56	18,20	0	8,52	44,60	0	8,28	71,40	0	8,28	72,40	0	
		1	7,80	83,60	0,00	13,20	382,20	0	11,20	289,40	0	9,00	215,40	0	7,80	24,80	0	7,80	21,00	0	7,80	19,20	0	
		0,2	3,32	427,00	0,00	-		1	4,24	26,80	0	6,40	31,80	0	4,32	163,00	0	3,32	98,60	0	3,32	97,60	0	
		6 0,5	8,30	1010,80	0,00	10,50	21,80	0	10,90	28,60	0	10,40	31,60	0	10,00	598,20	0	8,30	202,00	0	8,30	375,60	0	
		0,8	13,00	2306,60	4,64	16,80	22,40	0	15,76	28,00	0	15,88	35,40	0	13,72	1043,80	0	13,00	1017,00	0	13,00	673,00	0	
		1	15,40	1647,20	2,22	19,80	523,80	0	17,60	483,60	0	16,40	457,20	0	15,40	175,20	0	15,40	436,20	0	15,40	109,20	0	
30	2	0,2	2,96	360,00	0,00	3,72	22,20	0	3,76	26,60	0	-		1	3,60	58,40	0	2,96	157,00	0	2,96	160,40	0	
		12 0,5	7,30	666,80	0,00	8,90	21,00	0	9,70	25,60	0	9,00	28,40	0	8,40	274,40	0	7,30	232,80	0	7,30	606,60	0	
		0,8	10,84	1653,60	3,17	15,36	20,80	0	-		2	14,68	33,60	0	11,48	394,80	0	10,84	442,20	0	10,84	853,60	0	
		1	12,20	1738,00	4,29	17,20	480,40	0	14,40	456,40	0	14,00	381,40	0	12,20	205,80	0	12,20	815,60	0	12,20	209,60	0	
		0,2	9,00	2120,40	2,04	11,00	62,60	0	-		1	10,80	76,80	0	9,28	856,20	0	-		1	9,16	1418,80	0	
		6 0,5	22,30	2906,20	4,32	27,70	60,80	0	26,70	76,20	0	27,40	77,40	0	23,20	1963,20	0	-		1	-		2	
	3	0,8	35,24	2862,20	3,98	43,84	57,20	0	40,08	72,60	0	39,64	77,80	0	-		1	-		1	-		1	
		1	41,80	770,40	0,00	45,60	613,00	0	44,60	595,80	0	44,60	557,00	0	43,40	1378,60	0	42,40	1415,20	0	41,80	2093,60	0	
		0,2	4,56	2799,40	2,80	6,00	52,60	0	5,80	56,60	0	5,92	63,60	0	5,56	417,00	0	4,56	442,60	0	4,56	1546,60	0	
		12 0,5	11,40	3307,60	7,08	14,90	50,60	0	14,80	63,80	0	14,90	72,20	0	13,00	628,20	0	11,40	1550,60	0	11,40	31,80	0	
		0,8	17,52	3600,00	7,76	23,36	48,00	0	-		1	21,84	76,00	0	18,84	1243,60	0	17,28	879,60	0	17,44	28,20	0	
		1	20,80	2385,80	3,26	24,00	633,00	0	24,00	704,40	0	23,00	755,60	0	21,00	1157,00	0	20,60	845,60	0	20,60	580,60		
30	2	0,2	7,92	3600,00	6,65	9,00	71,60	0	9,28	78,40	0	-		2	-		2	-		1	8,00	2136,20	0	
		6 0,5	19,90	3600,20	7,11	-		1	23,20	91,40	0	-		1	-		3	-		2	20,00	2168,00		
		0,8	32,16	3600,60	9,01	36,96	72,00	0	-		1	34,20	127,80	0	-		3	-		1	31,64	4,80	0	
		1	37,20	2240,60	1,16	-		1	-		1	-		1	38,00	2490,80	0	37,40	2172,40	0	37,00	2621,60	0	
		0,2	4,24	3275,40	9,40	-		1	5,04	77,40	0	5,08	81,60	0	4,80	472,80	0	4,20	602,40	0	4,24	662,80	0	
		12 0,5	10,70	3493,80	10,26	12,40	59,20	0	12,60	80,00	0	12,80	94,40	0	11,90	37,60	0	10,50	192,20	0	10,60	152,00	0	
	3	0,8	17,20	3600,00	13,91	-		1	-		1	-		1	18,12	34,40	0	16,68	1,20	0	17,20	1,00	0	
		1	19,40	2216,00	3,11	24,20	740,40	0	-		1	20,60	879,60	0	19,20	1256,40	0	19,00	1297,40	0	19,20	1366,60	0	
		0,2	12,84	3374,40	13,39	-		1	13,92	136,20	0	13,52	185,80	0	-		1	1,00	2277,00	1	-		1	
		6 0,5	31,00	3132,60	10,38	34,00	108,00	0	33,50	148,60	0	34,20	183,40	0	-		3	30,50	2772,00	0	-		1	
		0,8	48,92	3546,80	17,01	53,60	112,80	0	52,04	138,60	0	52,16	222,60	0	-		3	1,00	2906,60	1	-		1	
		1	59,60	3600,00	15,27	60,60	740,60	0	60,00	912,60	0	59,60	1082,20	0	59,80	3076,60	0	1,00	1477,20	1	-		1	
30	3	0,2	6,52	3600,20	14,23	-		1	7,64	123,20	0	-		1	-		1	6,40	976,60	0	-		2	
		12 0,5	16,20	3600,00	14,29	18,80	64,60		1,00		1	19,70	108,40	0	12,60	1817,80	0	12,30	1137,40	0	15,60	1140,60	0	
		0,8	26,64	3600,00	20,33	30,88	109,60	0	28,24	127,00	0	27,80	210,40	0	-		1	2,00	736,20	2	25,36	4,00	0	
		1	29,80	3600,00	10,99	34,20	742,20	0	1,00		1	29,80	1253,00	0	29,20	1441,00	0	28,60	1696,80	0	28,60	946,60	0	

6	0,2	24,40	3367,00	11,02	27,80	308,20	0	27,52	376,20	0	27,16	431,40	0	-	2	-	1	-	1			
	0,5	61,20	3600,00	15,39	70,30	219,40	0	69,20	306,80	0	67,90	368,00	0	-	3	-	2	60,40	1492,60	0		
	0,8	97,08	3600,00	19,64	111,84	205,20	0	105,12	264,60	0	104,76	329,60	0	-	4	-	2	96,48	1098,40	0		
	1	119,20	3600,00	14,50	120,40	556,00	0	122,80	685,80	0	122,80	868,60	0	-	3	-	2	120,00	2277,40	0		
	0,2	25,04	3600,00	10,44	28,16	189,60	0	27,60	260,40	0	27,60	317,40	0	-	1	-	1	24,60	2916,00	0		
	0,5	64,50	3600,00	18,42	70,10	187,60	0	71,80	260,40	0	69,60	323,20	0	-	3	-	3	-	2	2		
	0,8	100,64	3600,00	20,35	114,24	186,40	0	106,60	257,20	0	105,16	323,20	0	-	4	-	4	-	2	0		
	1	221,20	5349,00	34,70	122,80	536,00	0	124,40	595,40	0	126,20	799,60	0	-	4	-	1	122,20	2521,40	0		
2	0,2	13,72	3600,00	12,11	-	-	2	-	-	1	-	-	3	-	2	-	1	13,52	2612,40	0		
	0,5	33,00	3600,20	9,68	-	-	1	-	-	1	34,40	260,40	0	-	4	-	2	-	1	1		
	0,8	53,80	3600,00	14,49	57,76	156,20	0	-	-	2	-	-	3	-	5	-	2	-	2	2		
	1	64,20	3600,00	17,87	-	-	3	-	-	2	-	-	3	-	2	-	1	63,60	18,00	0		
	0,2	7,24	3600,80	11,59	7,84	129,40	-	8,40	150,60	0	8,64	197,60	-	-	1	-	2	-	1	1		
	0,5	18,20	3600,00	12,67	-	-	1	20,50	168,00	0	-	-	2	-	2	-	1	-	2	2		
	0,8	28,68	3600,00	15,11	-	-	1	32,32	152,60	0	-	-	3	-	3	69,76	395,20	0	-	2		
	1	33,20	3560,40	8,72	36,40	852,40	0	-	-	2	-	-	2	33,20	2606,80	0	33,40	7,00	0	33,00	1418,00	0
50	0,2	20,40	3600,00	13,51	20,80	254,00	0	21,00	332,60	0	20,96	422,00	0	-	3	-	4	-	1	1		
	0,5	49,20	3600,00	12,30	52,70	239,20	0	52,60	350,40	0	52,20	445,00	0	-	5	-	4	-	2	2		
	0,8	81,36	3600,00	23,27	85,28	250,40	-	-	-	1	79,36	500,80	0	-	4	-	3	-	2	2		
	1	106,00	3600,00	32,02	-	-	1	94,60	933,00	0	95,80	1561,20	0	-	5	-	5	104,20	48,60	0	0	
	0,2	10,88	3600,00	21,04	10,60	228,40	0	-	-	2	-	-	2	10,76	2125,40	0	11,12	1986,40	0	10,20	2041,00	0
	0,5	26,10	3600,00	17,38	27,00	161,80	0	27,30	218,20	0	27,40	275,40	0	2,00	2	24,70	2248,60	0	1,00	1	1	
	0,8	42,96	3600,00	23,32	44,00	225,40	0	-	-	1	-	-	1	-	1	39,80	15,60	0	39,72	15,00	0	
	1	48,20	3600,00	23,10	49,60	922,60	0	-	-	2	-	-	2	-	1	-	2	47,00	2759,20	0	0	
6	0,2	41,60	3600,00	22,79	44,44	748,00	0	43,60	1089,40	0	43,52	1186,60	0	-	5	-	5	-	5	5		
	0,5	97,90	3600,00	18,93	111,40	745,20	0	108,40	1184,80	0	108,50	1461,00	0	-	5	-	5	-	5	5		
	0,8	157,64	3600,00	24,19	176,48	526,80	0	167,04	1881,40	0	178,52	1881,60	0	-	5	-	5	-	4	4		
	1	232,20	3600,00	39,58	195,60	1118,00	0	197,80	2813,40	0	199,60	943,20	0	-	5	-	5	-	5	5		
	0,2	28,52	3600,00	96,59	1,00	565,60	1	22,28	906,80	0	22,16	1138,40	0	3,00	1432,60	3	20,48	1340,00	0	20,76	2358,00	0
	0,5	67,90	3600,00	96,45	56,40	420,20	0	56,90	692,00	0	57,80	1032,60	0	3,00	3	3,00	3	3,00	3	3	3	
	0,8	116,96	3600,00	96,90	90,40	451,00	0	-	-	1	-	-	1	-	5	-	1	-	1	1		
	1	146,60	3600,00	97,00	97,00	1184,60	0	-	-	2	-	-	2	-	5	-	3	-	1	1		
Média	40,47	2847,23	0,16	40,90	294,57		39,50	412,96		39,66	451,52		21,76	1161,2		27,41	1145		30,72	1077,6		
Média S	12,34	834,73	0,00	14,90	191,74		14,18	217,80		14,05	189,61		12,58	480,95		12,54	505,22		12,16	639,71		
Média S̄	50,99	3600,00	0,22	51,15	335,11		49,23595	487,9669		50,21	559,43		27,93	1617,85		35,35	1486,29		39,12	1275,92		

FONTE: O Autor (2021).



Observou-se que a abordagem exata obteve pelo menos uma solução viável para todas as 360 instâncias dentro do limite de tempo de uma hora, sendo capaz de resolver 27,22% das instâncias de maneira ótima. É possível verificar que o número de soluções ótimas obtidas para a formulação A-PAMSM depende da seleção do parâmetro  $\beta$  como discutido anteriormente.

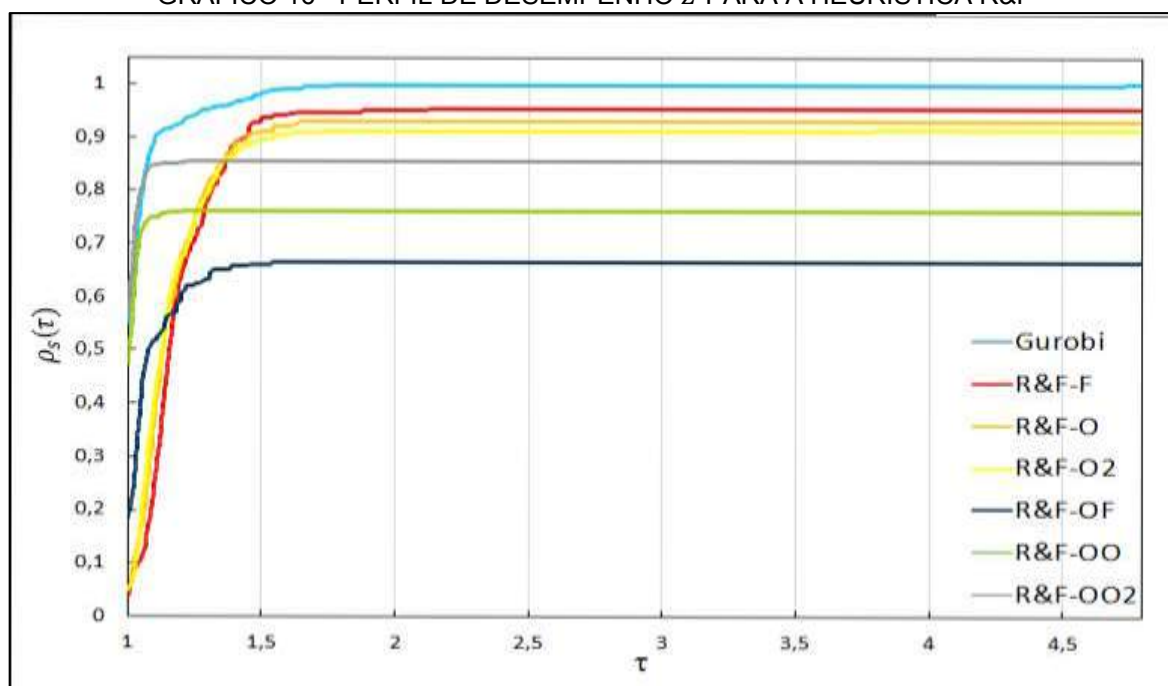
A infactibilidade ocorreu com frequência em ambas as estratégias de decomposição, com maior ocorrência nas estratégias com decomposição por operadores. A estratégia R&F-OF apresentou o maior número de problemas infactíveis, 33,61%. As estratégias R&F-OO e R&F-OO2 obtiveram 23,33% e 14,55% de infactibilidade, respectivamente.

Com a aplicação da função perfil de desempenho gerou-se o GRÁFICO 16. Ao examinar as curvas de desempenho nota-se que a estratégia R&F-OO2 obteve melhor desempenho que as demais estratégias em 56,11% dos problemas ( $\tau = 1$ ). Mas a R&F-OO2 não foi capaz de determinar solução factível para todas as instâncias, dado que a curva de seu perfil de desempenho não atingiu o valor  $\rho_s(\tau) = 1$ . De modo geral, nenhuma estratégia foi capaz de resolver todas as instâncias propostas. A estratégia R&F-OF resolveu cerca de 66,39% dos problemas, a R&F-OO 76,67% e a R&F-OO2 85,56%. A estratégia com maiores chances de resolver uma instância qualquer é a R&F-F com desempenho de 95,27% de obtenção de factibilidade dentre as instâncias testadas.

O GRÁFICO 17 exibe o perfil de desempenho em relação ao tempo de processamento. A estratégia R&F-OO2 obteve os menores tempos de processamento em 75% das instâncias factíveis. O desempenho da estratégia R&F-F é superior as demais estratégias, uma vez que, essa apresenta a melhor convergência e o maior número de problemas factíveis, 343 instâncias de 360.

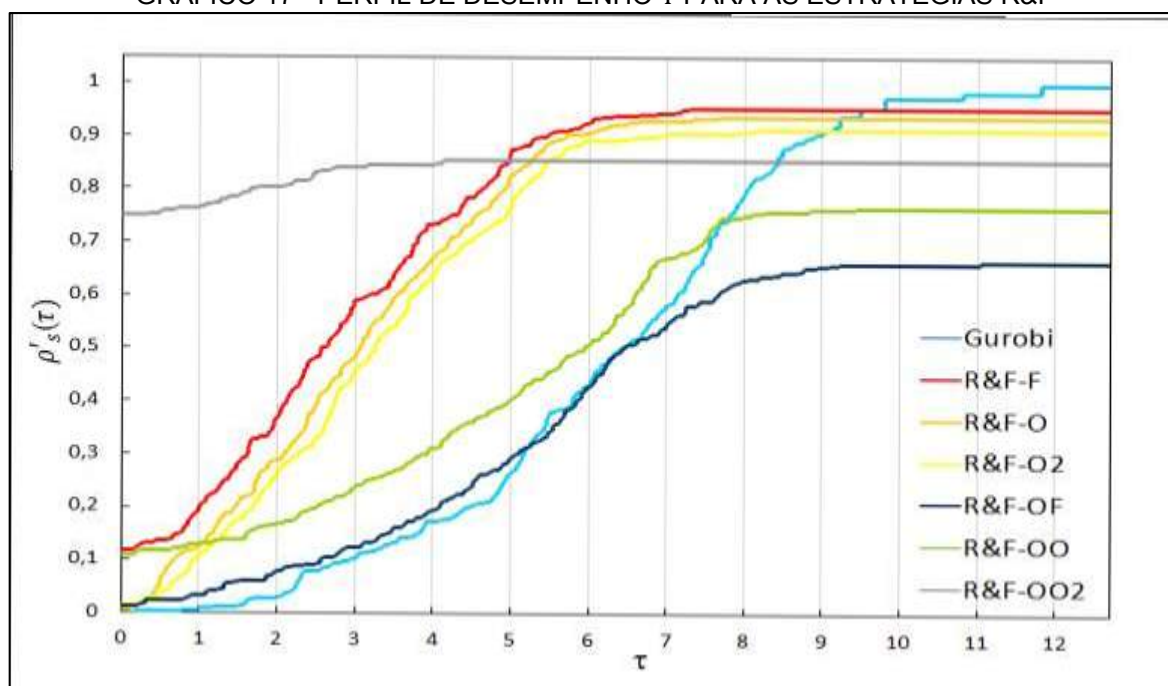
Observa-se ainda que o uso das estratégias R&F no modelo A-PAMSM tornam-se competitivas quando aplicadas em instâncias de difícil solução, nas quais a abordagem exata não é capaz de determinar o valor ótimo.

GRÁFICO 16 - PERFIL DE DESEMPENHO Z PARA A HEURÍSTICA R&amp;F



FONTE: O Autor (2021).

GRÁFICO 17 - PERFIL DE DESEMPENHO T PARA AS ESTRATÉGIAS R&amp;F



FONTE: O Autor (2021).

A estratégias *relax-and-fix* apresentaram número significativo de problema infactíveis, sobretudo as estratégias com decomposição por operadores, tornando inviável a aplicação da heurística *fix-and-optimize*. Por esse motivo, restringiu-se a aplicação das estratégias F&O apenas a heurística R&F-F, dado que esta obteve

desempenho superior às demais. A TABELA 12 apresenta os resultados da R&F-F combinada com estratégias F&O.

TABELA 12 - RESULTADOS OBTIDOS COM A APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS F&O NA ESTRATÉGIA R&F-F

Instâncias				R&F-F		F&O-CF		F&O-CO		F&O-CO2		F&O-A	
I	J	Q	$\beta$	Z	T	Z	$t^*$	Z	$t^*$	Z	$t^*$	Z	$t^*$
2	6	1	0,2	3,44	15,60	3,36	34,40	3,28	34,60	3,20	34,60	<b>3,16</b>	33,80
			0,5	8,90	15,20	8,30	33,60	8,10	33,80	7,90	34,00	<b>8,00</b>	33,40
			0,8	13,60	14,40	12,84	31,20	12,60	31,40	<b>12,24</b>	31,80	12,48	31,00
			1	16,60	588,00	15,60	1052,60	15,60	1052,60	<b>15,20</b>	1052,60	15,80	1051,60
	12	1	0,2	2,96	14,60	2,68	30,60	2,60	30,60	<b>2,40</b>	30,60	2,48	30,00
			0,5	7,60	14,20	6,90	29,60	6,20	29,80	<b>6,00</b>	29,60	6,40	28,80
			0,8	11,84	14,00	10,28	29,60	9,68	29,60	<b>9,56</b>	29,80	10,04	29,00
			1	13,20	382,20	12,00	771,40	11,80	771,40	<b>11,20</b>	771,40	11,60	770,40
	6	1	0,2	-		-		-		-		-	
			0,5	10,50	21,80	10,30	45,80	9,60	45,80	9,60	45,60	<b>9,40</b>	45,00
			0,8	16,80	22,40	15,36	47,00	15,00	47,00	14,88	47,20	<b>14,24</b>	46,40
			1	19,80	523,80	19,40	1053,20	18,80	1053,20	18,80	1053,20	<b>18,20</b>	1052,80
	12	1	0,2	3,72	22,20	3,60	45,80	3,32	46,00	<b>3,28</b>	46,20	3,48	44,80
			0,5	8,90	21,00	8,50	43,80	8,40	44,00	8,60	44,20	<b>8,20</b>	43,20
			0,8	15,36	20,80	13,84	43,20	13,28	43,40	<b>13,12</b>	44,00	13,56	43,60
			1	17,20	480,40	16,80	963,00	16,00	963,00	<b>15,60</b>	963,00	16,40	962,00
6	1	0,2	11,00	62,60	10,60	133,80	10,36	137,60	<b>10,36</b>	133,20	10,60	132,80	
		0,5	27,70	60,80	26,80	130,60	26,10	133,00	<b>26,10</b>	129,40	26,40	128,60	
		0,8	43,84	57,20	41,56	123,20	39,84	127,00	<b>39,84</b>	123,40	41,72	122,20	
		1	45,60	613,00	45,40	1234,60	45,40	1236,60	45,40	1233,20	<b>45,20</b>	1234,00	
12	1	0,2	6,00	52,60	5,56	109,40	5,36	110,20	<b>5,40</b>	110,80	5,60	108,60	
		0,5	14,90	50,60	<b>13,90</b>	106,40	13,60	107,00	<b>13,90</b>	107,60	14,10	106,00	
		0,8	23,36	48,00	<b>22,32</b>	101,60	20,76	102,00	20,72	105,60	22,36	100,60	
		1	24,00	633,00	24,00	1271,20	23,80	1271,60	<b>23,00</b>	1272,00	23,80	1270,20	
30	6	1	0,2	9,00	71,60	8,84	163,40	8,76	163,00	8,60	163,40	<b>8,56</b>	162,40
			0,5	-		-		-		-		-	
			0,8	36,96	72,00	35,52	162,20	35,20	162,60	34,44	163,40	<b>33,48</b>	178,80
			1	-		-		-		-		-	
	12	1	0,2	-		-		-		-		-	
			0,5	12,40	59,20	11,90	136,40	11,70	135,60	11,70	136,00	<b>11,60</b>	125,20
			0,8	-		-		-		-		-	
			1	24,20	740,40	24,00	1495,40	24,00	1495,60	24,00	1496,00	<b>23,60</b>	1483,40
	6	1	0,2	-		-		-		-		-	
			0,5	34,00	108,00	32,90	256,60	32,40	256,60	<b>32,40</b>	257,80	32,60	232,80
			0,8	53,60	112,80	51,92	261,20	51,00	262,20	<b>51,00</b>	262,60	51,52	239,20
			1	60,60	740,60	60,60	1524,00	60,60	1526,00	<b>59,00</b>	1525,60	60,20	1696,60
	12	1	0,2	-		-		-		-		-	
			0,5	18,80	64,60	18,20	194,40	17,80	194,80	<b>17,80</b>	195,40	17,90	178,60
			0,8	30,88	109,60	29,36	247,00	28,80	247,20	29,60	248,80	<b>29,00</b>	229,20
			1	34,20	742,20	34,40	1589,00	34,40	1590,00	34,40	1588,20	<b>34,00</b>	1568,80
6	1	0,2	27,80	308,20	26,36	742,00	26,20	754,40	27,20	741,80	<b>26,92</b>	687,80	
		0,5	70,30	219,40	66,60	649,60	65,80	663,60	70,30	648,20	<b>67,60</b>	592,40	
		0,8	111,84	205,20	104,72	630,20	103,52	645,40	<b>103,12</b>	621,20	106,72	603,60	
		1	120,40	556,00	120,20	1405,60	120,20	1423,20	120,20	1397,40	<b>118,20</b>	1714,00	
12	1	0,2	28,16	189,60	26,88	625,20	<b>26,76</b>	637,20	<b>26,76</b>	614,40	27,24	563,20	
		0,5	70,10	187,60	67,40	617,60	67,20	629,60	<b>67,10</b>	618,60	68,30	551,80	
		0,8	114,24	186,40	108,04	612,00	<b>105,52</b>	624,20	<b>105,52</b>	626,60	109,40	555,00	
		1	122,80	536,00	121,80	1399,60	121,80	1417,00	121,80	1392,20	<b>120,80</b>	1573,80	
2	6	1	0,2	-		-		-		-		-	
			0,5	-		-		-		-		-	
			0,8	57,76	156,20	54,92	399,20	53,92	399,20	<b>52,96</b>	399,20	53,40	364,00

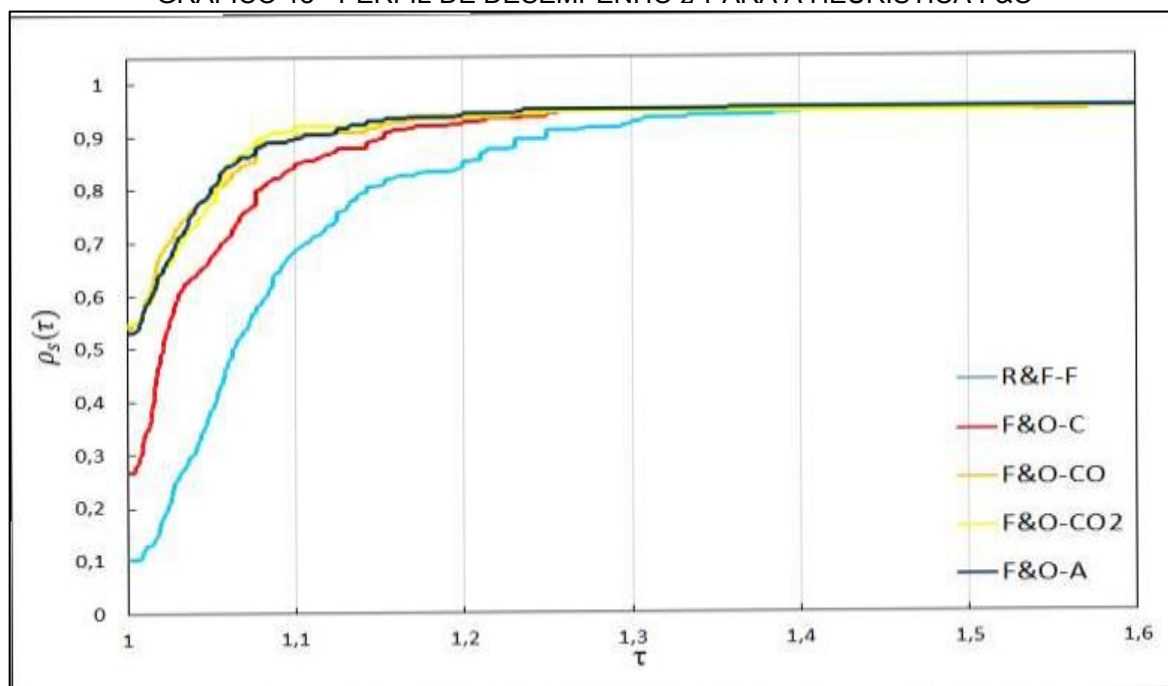
		0,2	7,84	129,40	7,68	319,60	7,68	319,20	7,84	319,40	<b>7,60</b>	275,20
	12	0,5	-		-		-		-		-	
		0,8	-		-		-		-		-	
		1	36,40	852,40	36,20	1620,60	36,20	1621,00	36,40	1621,60	<b>34,32</b>	1599,20
		0,2	20,80	254,00	20,20	663,60	20,12	663,00	20,68	659,40	<b>20,12</b>	553,40
	6	0,5	52,70	239,20	50,80	648,40	50,40	647,60	52,70	632,80	<b>50,50</b>	556,00
		0,8	85,28	250,40	82,32	663,40	<b>81,08</b>	663,80	81,44	649,40	81,12	726,60
50	3	1	-		-		-		-		-	
		0,2	10,60	228,40	10,52	574,80	10,48	575,20	10,44	571,60	<b>10,36</b>	492,60
	12	0,5	27,00	161,80	26,70	499,80	26,40	498,80	<b>26,30</b>	500,00	<b>26,30</b>	415,40
		0,8	44,00	225,40	42,92	563,40	42,92	563,20	<b>42,40</b>	564,00	42,44	478,60
		1	49,60	922,60	<b>49,20</b>	1893,00	<b>49,20</b>	1896,00	<b>49,20</b>	1896,80	<b>49,20</b>	1853,40
		0,2	44,44	748,00	42,60	1869,20	<b>42,36</b>	1903,60	44,44	1863,40	43,28	1601,00
	6	0,5	111,40	745,20	106,90	1872,00	<b>105,80</b>	1907,00	111,40	1868,20	108,20	1606,40
		0,8	176,48	526,80	167,20	1657,20	165,60	1698,00	<b>165,48</b>	1631,20	171,88	1397,00
	6	1	195,60	1118,00	196,60	2827,00	196,40	2879,40	196,40	2806,60	<b>196,20</b>	2668,60
		0,2	1,00	565,60	17,68	1246,80	<b>17,52</b>	1250,20	18,08	1247,80	17,72	1112,40
	12	0,5	56,40	420,20	54,80	1262,40	54,30	1267,00	55,40	1268,00	<b>55,20</b>	1098,40
		0,8	90,40	451,00	91,88	1280,20	<b>88,16</b>	1285,80	90,08	1277,80	88,76	1220,80
		1	97,00	1184,60	97,20	2767,00	97,20	2783,80	97,20	2756,80	<b>96,20</b>	2763,00
	Média		40,90	294,57	39,75	367,58	39,42	372,39	39,61	365,93	39,49	341,34
	Média $\bar{S}$		14,90	191,74	14,26	196,38	14,37	196,77	14,24	196,56	13,98	193,73
	Média $\bar{S}$		51,15	335,11	49,81	435,09	49,30	441,63	49,62	432,72	49,55	399,54

FONTE: O Autor (2021).

Ao empregar-se a técnica de perfil de desempenho gerou-se o GRÁFICO 18. Ao observar as curvas de desempenho é possível afirmar que todas as estratégias F&O obtiveram melhoria na solução determinada pela R&F-F, visto que, a curva R&F-F é dominada pelas demais curvas. A estratégia F&O-CO2 obteve o melhor desempenho em 54,44% dos problemas ( $\tau = 1$ ). Isto não indica que a F&O-CO2 teve o melhor perfil de desempenho, pois a sua curva não apresenta a melhor convergência entre as demais estratégias. A estratégia F&O-CO obteve o melhor perfil de desempenho para 54% dos problemas que atingiram a melhor solução e sua convergência é ligeiramente mais rápida que as demais estratégias. Em contrapartida, a F&O-C apresentou o pior perfil de desempenho e sua convergência foi inferior as demais.

A TABELA 12 expõe, ainda, o tempo e o tempo médio de execução das estratégias combinadas com R&F-F. Constata-se que o menor tempo médio é obtido pela R&F-F/F&O-A, com 341,34 segundos. O maior tempo médio de execução é alcançado pela estratégia R&F-F/F&O-CO, que obteve um tempo médio de 372,39s por problema. Em relação a melhoria média, a F&O-CO apresenta o melhor índice, de aproximadamente 3,62% por instância. Já a estratégia com o pior desempenho em relação a melhoria média é a F&O-C, com melhoria média de 2,8% por problema.

GRÁFICO 18 - PERFIL DE DESEMPENHO Z PARA A HEURÍSTICA F&amp;O



FONTE: O Autor (2021).

#### 5.3.4 Estratégias R&F e F&O aplicadas no modelo A-PAMSM<sup>c</sup>

A TABELA 13 contém o desempenho médio para cada conjunto de instâncias. A abordagem exata determinou pelo menos uma solução viável para todas as instâncias dentro do limite de tempo, com obtenção do valor ótimo em 65,83% dos problemas propostos em um tempo médio de 1422,54s. Observa-se que o *Gap* médio é de 8,7% para instâncias sem ótimo conhecido. Outro fato a ser destacado é a infactibilidade, a qual foi menos recorrente no modelo A-PAMSM<sup>c</sup> do que no A-PAMSM, as estratégias R&F-O e R&F-OO apresentaram 1,11% de problemas infactíveis.

TABELA 13 - RESULTADOS OBTIDOS APÓS A APLICAÇÃO DAS HEURÍSTICAS R&F NO MODELO A-PAMSM<sup>c</sup>

Instâncias			GUROBI			R&F-F			R&F-O			R&F-O2			R&F-OF			R&F-OO			R&F-OO2			
I	J	β	Z	T	G	Z	T	inf	Z	T	inf	Z	T	inf	Z	T	inf	Z	T	inf	Z	T	inf	
10	2	0,2	3,00	5,00	0,00	3,40	1,40	0	3,48	1,40	0	3,56	1,20	0	3,60	1,40	0	3,00	1,80	0	3,00	3,20	0	
		6	0,5	7,50	6,80	0,00	8,50	1,00	0	8,60	1,00	0	9,00	1,00	0	8,70	3,80	0	7,50	3,00	0	7,50	4,60	0
		0,8	11,20	15,00	0,00	13,60	1,00	0	12,64	1,00	0	13,04	1,00	0	11,92	5,60	0	11,20	7,20	0	11,20	7,00	0	
		1	12,80	23,20	0,00	13,40	1,00	0	13,60	1,00	0	13,40	1,60	0	12,80	1,80	0	12,80	8,00	0	12,80	13,20	0	
		12	0,2	2,12	2,00	0,00	2,96	1,00	0	3,04	1,00	0	2,80	1,00	0	2,36	0,00	0	2,12	1,00	0	2,12	1,00	0
		0,5	5,30	2,80	0,00	7,50	0,60	0	7,10	0,80	0	7,00	1,00	0	5,90	0,60	0	5,30	1,80	0	5,30	1,60	0	
	6	0,8	8,28	11,60	0,00	11,52	0,80	0	11,40	0,80	0	11,28	1,00	0	8,52	1,40	0	8,28	10,00	0	8,28	10,00	0	
		1	7,80	5,60	0,00	10,60	1,00	0	9,40	1,00	0	10,20	1,00	0	7,80	0,80	0	7,80	4,80	0	7,80	4,80	0	
		0,2	3,32	14,80	0,00	4,04	1,60	0	4,16	1,80	0	4,12	1,80	0	4,32	1,60	0	3,32	2,60	0	3,32	6,00	0	
		0,5	8,30	22,20	0,00	10,30	1,40	0	10,80	1,80	0	10,60	2,00	0	10,00	3,60	0	8,30	4,40	0	8,30	15,20	0	
		0,8	13,00	99,80	0,00	16,32	1,80	0	16,00	2,00	0	16,12	2,00	0	13,72	3,00	0	13,00	12,20	0	13,00	20,60	0	
		1	15,40	51,20	0,00	15,60	1,60	0	16,40	2,00	0	16,00	2,40	0	15,40	3,20	0	15,40	11,60	0	15,40	26,40	0	
30	2	0,2	2,96	9,20	0,00	3,64	1,00	0	3,64	1,00	0	3,48	1,20	0	3,60	1,40	0	2,96	4,80	0	2,96	7,00	0	
		12	0,5	7,30	14,60	0,00	9,10	1,00	0	8,70	1,20	0	9,40	1,40	0	8,40	3,60	0	7,30	8,60	0	7,30	11,40	0
		0,8	10,84	23,00	0,00	14,72	1,00	0	14,48	1,00	0	13,56	1,20	0	11,48	4,80	0	10,84	13,80	0	10,84	18,40	0	
		1	12,20	31,00	0,00	13,00	1,00	0	12,80	1,20	0	13,20	1,80	0	12,20	6,20	0	12,20	14,40	0	12,20	22,00	0	
		0,2	9,00	191,40	0,00	11,00	4,00	0	11,36	4,40	0	10,88	4,20	0	9,28	10,80	0	9,20	47,00	0	9,24	67,20	0	
		6	0,5	22,30	309,00	0,00	27,60	4,60	0	28,80	4,60	0	27,20	4,80	0	23,20	30,20	0	22,90	99,60	0	22,70	260,40	0
	6	0,8	34,64	222,60	0,00	44,16	6,00	0	41,00	6,00	0	39,72	6,40	0	35,72	67,60	0	-	1	35,04	263,40	0		
		1	41,80	1,20	0,00	42,00	3,60	0	42,20	3,80	0	42,40	3,80	0	43,40	2,60	0	42,20	3,40	0	41,80	4,20	0	
		0,2	4,56	95,40	0,00	5,92	2,00	0	5,80	2,40	0	6,24	2,80	0	5,56	2,80	0	4,56	18,60	0	4,56	38,60	0	
		12	0,5	11,40	182,40	0,00	14,80	2,20	0	14,80	2,60	0	14,80	3,00	0	13,00	10,00	0	11,40	42,80	0	11,40	103,60	0
		0,8	17,24	304,00	0,00	23,20	2,00	0	21,88	3,00	0	22,24	3,00	0	18,80	24,20	0	17,24	80,40	0	17,24	126,80	0	
		1	20,60	533,40	0,00	21,80	3,00	0	21,60	3,00	0	21,80	4,20	0	21,00	10,00	0	20,60	13,60	0	20,60	44,40	0	
30	2	0,2	7,84	2227,60	0,02	9,32	1,00	0	8,92	1,20	0	9,20	1,80	0	8,08	8,40	0	7,96	34,20	0	7,92	78,00	0	
		6	0,5	19,60	3254,60	0,04	23,30	1,00	0	22,70	1,40	0	22,40	1,80	0	20,00	13,00	0	19,90	74,20	0	19,70	127,40	0
		0,8	30,68	3600,00	0,07	36,80	1,00	0	34,20	1,40	0	34,08	1,80	0	31,44	13,60	0	31,04	115,00	0	31,08	257,40	0	
		1	36,80	2880,20	0,06	39,00	1,00	0	38,60	2,00	0	38,00	2,60	0	38,20	22,60	0	37,40	238,60	0	37,00	416,80	0	
		12	0,2	4,20	19,00	0,00	5,08	1,00	0	4,76	1,20	0	5,04	1,20	0	4,80	1,40	0	4,20	4,60	0	4,20	8,00	0
		0,5	10,50	30,20	0,00	12,70	1,00	0	12,10	1,00	0	12,60	1,00	0	11,90	3,80	0	10,50	9,60	0	10,50	18,80	0	
	6	0,8	16,60	128,20	0,00	20,32	1,00	0	18,60	1,00	0	18,44	1,00	0	18,04	6,00	0	16,60	36,40	0	16,60	73,20	0	
		1	19,00	381,60	0,00	21,20	1,00	0	21,20	1,00	0	20,00	1,60	0	19,20	3,60	0	19,00	61,80	0	19,00	101,40	0	
		0,2	11,88	3600,00	0,11	13,72	2,00	0	13,44	2,80	0	13,68	3,00	0	12,56	13,40	0	12,16	139,40	0	12,12	561,00	0	
		0,5	29,70	2940,80	0,08	34,30	2,00	0	34,80	3,00	0	34,40	3,20	0	31,00	24,60	0	30,40	500,60	0	30,10	832,40	0	
		0,8	46,72	2936,00	0,07	55,04	2,00	0	52,44	3,00	0	51,76	3,80	0	49,32	63,60	0	47,84	462,40	0	47,68	576,20	0	
		1	57,80	3600,00	0,10	58,60	2,80	0	58,80	3,00	0	58,60	4,20	0	-	1	58,40	338,40	0	58,20	423,80	0		
3	0,2	6,16	498,40	0,00	7,48	1,60	0	7,56	2,00	0	7,52	2,00	0	6,44	4,00	0	6,28	23,40	0	6,28	50,80	0		
	12	0,5	15,40	1366,20	0,00	18,70	1,80	0	18,30	2,00	0	19,30	2,00	0	16,10	6,00	0	15,60	49,00	0	15,50	157,20	0	
	0,8	24,08	2759,40	0,03	29,92	2,00	0	28,28	2,00	0	27,92	2,20	0	25,04	13,60	0	24,32	136,20	0	24,08	554,00	0		
	1	28,00	3058,20	0,04	29,80	2,00	0	29,40	2,40	0	29,60	3,00	0	29,20	3,20	0	28,00	89,60	0	28,00	866,40	0		

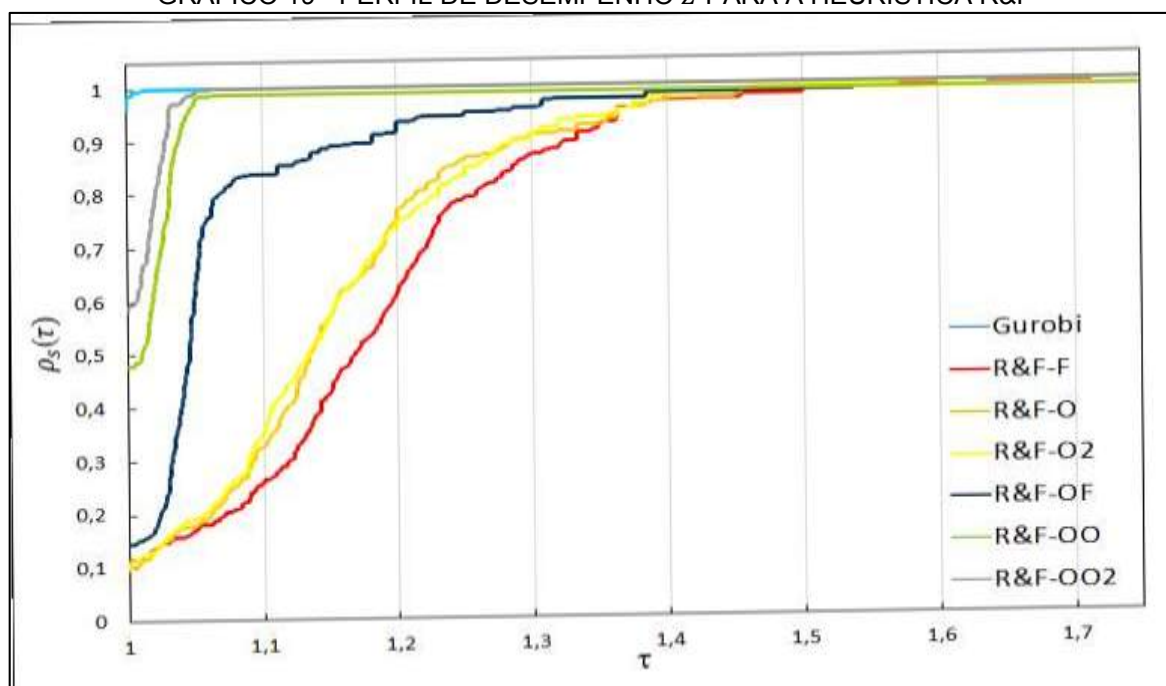
	0,2	23,60	15,80	0,00	28,36	8,80	0	27,12	9,00	0	27,44	9,20	0	24,76	14,40	0	24,40	17,00	0	24,12	22,20	0
6	0,5	59,00	14,80	0,00	71,10	9,00	0	68,40	9,00	0	68,00	9,20	0	61,90	13,40	0	61,10	18,80	0	60,30	21,60	0
	0,8	94,24	59,20	0,00	113,28	9,00	0	106,92	9,00	0	104,80	9,20	0	98,76	13,00	0	97,32	17,60	0	96,44	28,00	0
6	1	117,40	5,20	0,00	117,40	9,00	0	117,60	9,00	0	117,60	10,00	0	122,20	10,80	0	120,20	12,80	0	119,20	13,60	0
	0,2	24,00	25,60	0,00	28,44	9,00	0	27,80	9,00	0	27,60	9,00	0	25,24	15,20	0	24,88	24,80	0	24,56	36,00	0
12	0,5	60,00	18,20	0,00	71,00	9,00	0	69,30	9,00	0	69,00	9,00	0	63,10	18,40	0	-	-	1	61,50	40,60	0
	0,8	95,88	35,40	0,00	114,88	9,00	0	107,44	9,00	0	105,28	9,20	0	-	-	2	-	-	1	98,04	43,60	0
	1	119,60	5,60	0,00	119,60	9,00	0	120,20	9,00	0	120,00	10,00	0	125,00	11,40	0	122,60	14,20	0	120,80	14,60	0
<hr/>																						
	0,2	12,72	3600,20	0,06	14,40	2,00	0	14,20	2,00	0	14,16	2,20	0	13,32	27,40	0	13,04	130,00	0	12,96	789,80	0
6	0,5	31,80	3326,80	0,06	36,40	2,00	0	35,40	2,00	0	35,20	2,40	0	33,30	36,20	0	32,40	162,80	0	32,30	360,40	0
	0,8	50,64	3600,00	0,06	57,60	2,00	0	55,16	2,00	0	54,28	3,20	0	52,96	12,80	0	51,56	375,00	0	51,20	844,60	0
2	1	62,40	2880,40	0,05	64,00	2,00	0	63,40	2,40	0	63,60	3,40	0	64,40	2,20	0	62,80	1156,40	0	62,40	610,60	0
	0,2	6,88	1214,60	0,02	8,40	1,00	0	8,08	1,40	0	8,04	1,80	0	7,00	5,00	0	7,00	12,80	0	7,00	45,80	0
12	0,5	17,10	2274,00	0,01	21,30	1,00	0	19,90	1,20	0	20,30	2,00	0	17,50	6,20	0	17,50	22,60	0	17,20	64,00	0
	0,8	26,80	3329,80	0,05	33,12	1,00	0	31,08	1,80	0	30,64	2,00	0	27,64	6,20	0	27,08	43,00	0	26,96	106,60	0
	1	32,00	2881,40	0,06	36,00	1,20	0	34,40	2,00	0	34,00	3,00	0	33,40	8,60	0	32,40	104,60	0	32,00	58,20	0
	0,2	18,84	2981,20	0,06	21,36	3,80	0	20,84	4,20	0	20,64	4,80	0	19,68	7,00	0	19,36	82,40	0	19,04	395,20	0
6	0,5	47,20	2970,00	0,07	52,90	3,80	0	52,90	4,40	0	51,40	5,40	0	49,00	9,00	0	48,50	423,80	0	47,60	880,20	0
	0,8	74,44	2979,20	0,05	86,88	4,00	0	80,52	4,80	0	79,76	5,80	0	-	-	1	76,40	311,20	0	75,76	999,60	0
50 3	1	92,00	2986,20	0,04	93,20	4,00	0	93,60	4,80	0	93,80	6,20	0	95,80	21,20	0	93,60	419,40	0	92,80	373,40	0
	0,2	9,48	3600,00	0,09	10,80	2,00	0	10,76	2,80	0	11,12	3,00	0	9,72	29,60	0	9,68	962,20	0	9,60	1334,20	0
12	0,5	23,70	3600,00	0,09	26,80	2,00	0	28,20	3,00	0	27,80	3,60	0	24,30	28,00	0	24,10	1110,00	0	23,80	1356,80	0
	0,8	37,24	3600,00	0,08	43,20	2,20	0	41,96	2,80	0	42,80	4,00	0	38,24	23,80	0	37,84	684,40	0	37,48	1474,20	0
	1	45,20	2880,80	0,07	45,40	2,00	0	45,60	3,80	0	45,60	4,40	0	46,20	138,80	0	45,40	1140,80	0	45,40	797,40	0
	0,2	38,52	874,40	0,00	44,44	14,00	0	44,20	15,00	0	43,84	15,00	0	40,52	31,80	0	40,00	47,20	0	39,76	72,20	0
6	0,5	96,30	1467,80	0,00	111,50	14,00	0	110,30	15,00	0	107,00	15,40	0	101,20	31,40	0	100,00	49,40	0	99,20	73,00	0
	0,8	153,48	1374,20	0,00	181,28	14,00	0	168,60	15,40	0	166,36	15,40	0	161,44	29,20	0	159,24	45,40	0	158,28	56,20	0
6	1	191,40	6,00	0,00	191,40	14,80	0	191,60	15,00	0	191,60	16,00	0	200,00	26,80	0	-	-	1	194,80	32,80	0
	0,2	19,52	3600,00	0,16	23,12	7,80	0	22,60	9,20	0	22,88	10,60	0	20,32	23,60	0	20,00	488,20	0	19,80	1420,60	0
12	0,5	48,60	3600,00	0,15	57,70	8,00	0	56,30	9,40	0	57,70	11,80	0	50,70	44,60	0	50,10	748,20	0	49,70	2265,40	0
	0,8	77,64	3600,00	0,16	91,84	8,60	0	87,64	10,60	0	85,76	12,80	0	80,40	94,20	0	79,64	696,60	0	78,04	1962,80	0
	1	95,20	3600,00	0,13	95,60	8,20	0	96,40	10,80	0	96,40	14,60	0	98,60	58,40	0	96,60	433,60	0	95,80	1126,40	0
<hr/>																						
	Média	35,56	1422,54	0,03	39,95	3,71		38,98	4,14		38,74	4,65		36,69	17,17		35,65	178,41		36,05	332,01	
	Média $\bar{S}$	32,32	292,46	0,00	36,53	3,86		35,59	4,10		35,37	4,37		33,42	10,82		32,00	39,20		32,85	61,20	
	Média $\bar{S}$	41,81	3600,00	0,09	46,55	3,41		45,50	4,21		45,23	5,18		43,06	29,50		42,57	442,11		42,23	853,80	

FONTE: O Autor (2021).

Com a aplicação da função perfil de desempenho gerou-se o GRÁFICO 19. Ao analisar as curvas de desempenho, constata-se que a estratégia R&F-OO2 obteve o melhor desempenho em 58,06% dos problemas ( $\tau = 1$ ). Além disso, a estratégia R&F-OO2 convergiu mais rápido para o valor 1, atingindo  $\rho_s(\tau) = 1$  para  $\tau = 1,06$ , ou seja, o pior resultado dessa estratégia é 1,06% maior do que o melhor resultado geral obtido. As estratégias R&F-OF e R&F-OO não atingem  $\rho_s(\tau) = 1$ , indicando que essas estratégias não foram capazes de determinar solução factível para todas as instâncias.

Entre as estratégias que utilizam a decomposição do problema por período, a R&F-F alcançou o melhor desempenho em 10,28% dos problemas ( $\tau = 1$ ). A convergência para esse conjunto de estratégias é muito próxima, ficando dentro do intervalo [1,5; 1,7].

GRÁFICO 19 - PERFIL DE DESEMPENHO  $\rho_s$  PARA A HEURÍSTICA R&F



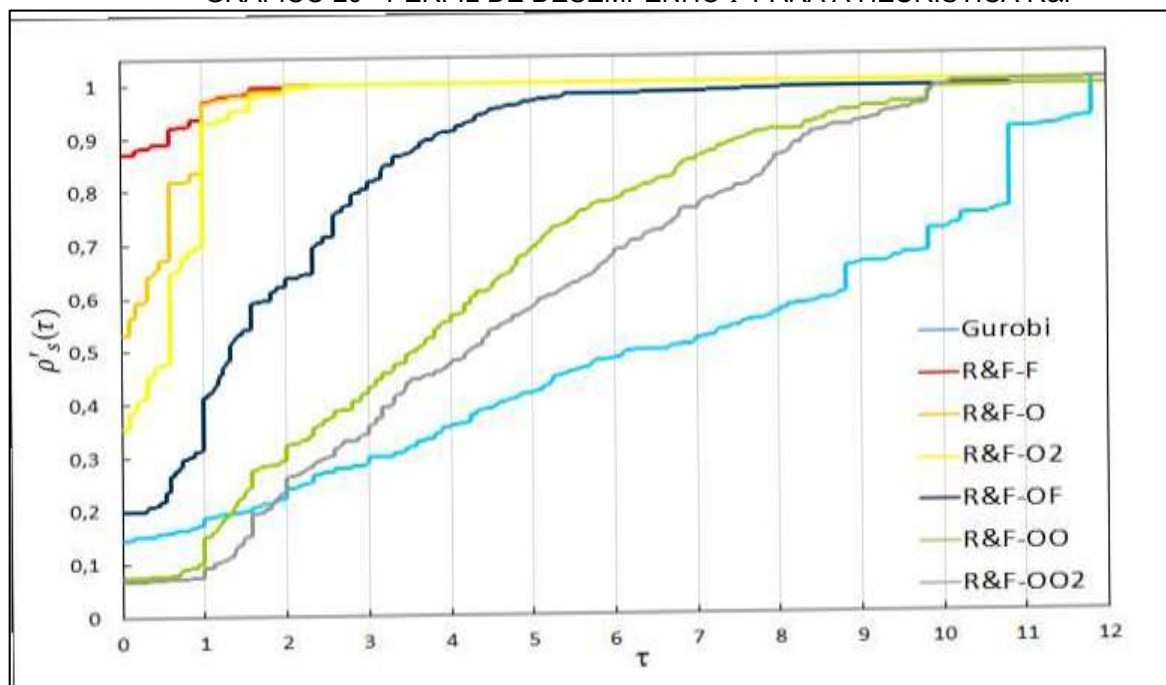
FONTE: O Autor (2021).

Em relação ao tempo de processamento, as estratégias com decomposição por períodos apresentam tempos significativamente menores que as estratégias que utilizam decomposição por operador. As estratégias R&F-F, R&F-O e R&F-OO2 apresentam tempos de processamento dentro do intervalo [3,71; 4,65] segundos, enquanto as heurísticas R&F-OF, R&F-OO e R&F-OO2 apresentam resultados dentro



do intervalo [17,17; 332,01] segundos. As representações gráficas dos perfis de desempenho em relação ao tempo estão no GRÁFICO 20.

GRÁFICO 20 - PERFIL DE DESEMPENHO  $T$  PARA A HEURÍSTICA R&F



FONTE: O Autor (2021).

Para o modelo A-PAMSM<sup>c</sup> optou-se em aplicar as estratégias F&O em duas heurísticas R&F. Para isso escolheu-se uma estratégia para cada tipo de decomposição, períodos (R&F-F) e operadores (R&F-OO2). A TABELA 14 expõem os resultados dos testes.

O GRÁFICO 21 apresenta o perfil de desempenho para as combinações R&F-F e F&O. Observa-se que a curva perfil de desempenho da R&F-F é dominada pelas demais, indicando que ambas as estratégias F&O melhoraram as soluções iniciais fornecidas pela R&F-F. A combinação R&F-F/F&O-CA apresentou melhor desempenho em todas as 360 instâncias ( $\tau = 1$ ), melhoria de aproximadamente 8% por instância, sendo que, em relação aos problemas com ótimos desconhecido, a melhoria foi de aproximadamente 6%. A combinação R&F-F/F&O-A alcançou melhor desempenho em 60% dos problemas ( $\tau = 1$ ) e atingiu  $\rho_s = 1$  para  $\tau = 1,2$ . Em relação ao tempo de processamento, a estratégia R&F-F/F&O-A obteve os menores tempos, aproximadamente 0,6s por instância, enquanto a R&F-F/F&O-CA obteve a média de 1,04s por problema.

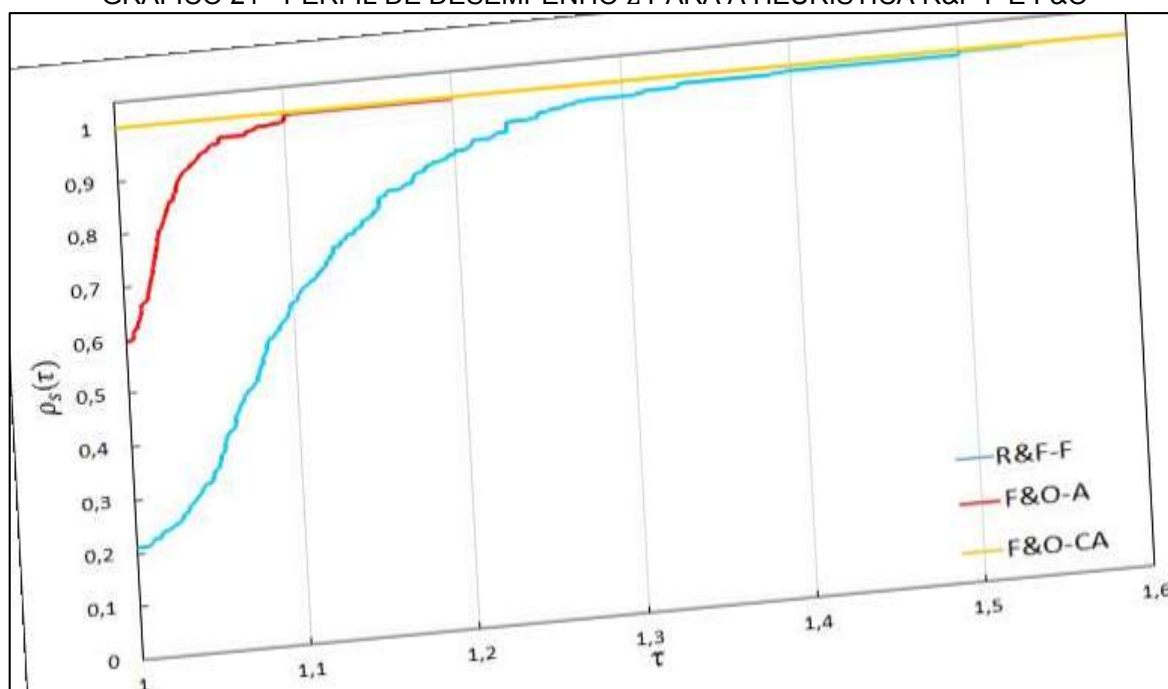
TABELA 14 - RESULTADOS OBTIDOS COM APLICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS F&O NA ESTRATÉGIA R&F-F E R&F-OO2

Instâncias				R&F-F		R&F-F/F&O-A		R&F-F/F&O-AC		R&F-OO2		R&F-OO2/F&O-A		R&F-OO2/F&O-AC	
I	J	Q	$\beta$	Z	T	Z	T	Z	T	Z	T	Z	T	Z	T
10	6	2	0,2	3,40	1,40	3,16	1,40	3,16	1,40	3,00	2,60	<b>3,00</b>	2,60	<b>3,00</b>	2,60
			0,5	8,50	1,00	7,90	1,00	7,90	1,00	7,50	4,20	<b>7,50</b>	4,20	<b>7,50</b>	4,20
			0,8	13,60	0,40	11,72	0,40	11,72	0,40	11,20	6,80	<b>11,20</b>	6,80	<b>11,20</b>	6,80
	12	1	1	13,40	1,00	13,40	1,00	13,40	1,00	12,80	12,40	<b>12,80</b>	12,40	<b>12,80</b>	12,40
			0,2	2,96	0,00	2,52	0,00	2,48	0,00	2,12	1,00	<b>2,12</b>	1,00	<b>2,12</b>	1,00
			0,5	7,50	0,00	6,30	0,00	6,20	0,00	5,30	1,60	<b>5,30</b>	1,60	<b>5,30</b>	1,60
	6	1	0,8	11,52	0,00	9,68	0,00	9,44	0,00	8,28	9,20	<b>8,28</b>	9,20	<b>8,28</b>	9,20
			1	10,60	0,00	10,60	0,00	10,20	0,00	7,80	4,20	<b>7,80</b>	4,20	<b>7,80</b>	4,20
			0,2	4,04	1,00	3,44	1,00	3,44	1,00	3,32	5,60	<b>3,32</b>	5,60	<b>3,32</b>	5,60
	10	3	0,5	10,30	1,00	8,60	1,20	8,60	1,00	8,30	14,20	<b>8,30</b>	14,20	<b>8,30</b>	14,20
			0,8	16,32	1,00	13,88	1,00	13,56	1,00	13,00	19,20	<b>13,00</b>	19,20	<b>13,00</b>	19,20
			1	15,60	1,00	15,60	1,00	15,60	1,00	15,40	24,60	<b>15,40</b>	24,60	<b>15,40</b>	24,60
30	6	12	0,2	3,64	1,00	3,24	1,00	3,16	1,00	2,96	6,00	<b>2,96</b>	6,00	<b>2,96</b>	6,00
			0,5	9,10	1,00	8,10	1,00	7,80	1,00	7,30	10,40	<b>7,30</b>	10,40	<b>7,30</b>	10,40
			0,8	14,72	1,00	12,40	1,00	11,96	1,00	10,84	17,20	<b>10,84</b>	17,20	<b>10,84</b>	17,20
	6	1	1	13,00	1,00	13,00	1,00	13,00	1,00	12,20	20,60	<b>12,20</b>	20,60	<b>12,20</b>	20,60
			0,2	11,00	3,00	10,44	3,80	10,20	4,00	9,24	63,20	9,40	64,20	9,36	64,20
			0,5	27,60	3,00	26,20	3,80	25,60	4,00	22,70	238,20	<b>22,70</b>	239,20	<b>22,70</b>	239,20
	6	1	0,8	44,16	3,00	40,72	3,80	40,08	4,00	35,04	204,80	<b>35,40</b>	205,80	35,40	205,80
			1	42,00	3,00	42,00	4,00	42,00	4,00	41,80	4,00	<b>34,20</b>	4,80	<b>34,20</b>	5,00
			0,2	5,92	2,00	5,40	2,00	5,28	3,00	4,56	35,80	<b>4,56</b>	35,80	<b>4,56</b>	36,80
	12	0,8	0,5	14,80	2,00	13,20	2,00	13,10	3,00	11,40	98,40	<b>11,40</b>	98,40	<b>11,40</b>	99,40
			0,8	23,20	2,00	20,72	2,00	20,08	3,00	17,24	121,40	<b>17,24</b>	121,40	<b>17,24</b>	122,40
			1	21,80	2,20	21,80	2,20	21,80	3,20	20,60	41,60	<b>20,60</b>	41,60	<b>20,60</b>	42,60
30	6	2	0,2	9,32	1,00	8,28	1,60	8,16	1,00	7,92	75,20	<b>7,92</b>	75,40	<b>7,92</b>	75,20
			0,5	23,30	1,00	20,60	1,60	20,40	1,00	19,70	124,60	19,70	125,00	<b>19,60</b>	124,60
			0,8	36,80	1,00	32,08	1,00	31,92	1,00	31,08	250,00	<b>31,04</b>	250,40	<b>31,04</b>	250,00
	12	1	1	39,00	1,00	37,60	1,00	37,60	1,00	37,00	415,00	<b>37,00</b>	415,00	<b>37,00</b>	415,00
			0,2	5,08	1,00	4,56	1,00	4,56	1,00	4,20	7,60	<b>4,20</b>	7,60	<b>4,20</b>	7,60
			0,5	12,70	1,00	11,50	1,00	11,50	1,00	10,50	18,00	<b>10,50</b>	18,00	<b>10,50</b>	18,00
	6	0,8	0,8	20,32	1,00	18,12	1,00	17,96	1,00	16,60	72,80	<b>16,60</b>	72,80	<b>16,60</b>	72,80
			1	21,20	1,00	19,80	1,00	19,80	1,00	19,00	98,20	<b>19,00</b>	98,20	<b>19,00</b>	98,20
			0,2	13,72	2,00	12,68	2,00	12,56	2,00	12,12	547,40	<b>12,12</b>	547,40	<b>12,12</b>	547,40
	30	3	0,5	34,30	2,00	31,70	2,00	31,40	2,00	30,10	827,60	<b>30,10</b>	827,60	<b>30,10</b>	827,60
			0,8	55,04	2,00	50,60	2,00	49,60	2,00	47,68	559,40	<b>47,68</b>	559,60	<b>47,68</b>	559,40
			1	58,60	2,00	58,20	2,00	58,20	2,00	58,20	420,60	<b>58,00</b>	420,60	<b>58,00</b>	420,60
	30	3	0,2	7,48	1,00	6,92	1,00	6,80	1,00	6,28	48,60	<b>6,28</b>	48,60	<b>6,28</b>	48,60

50	12	0,5	18,70	1,00	17,30	1,00	16,70	1,00	15,50	152,40	<b>15,50</b>	152,40	<b>15,50</b>	152,40
		0,8	29,92	1,00	27,28	1,00	26,60	1,00	24,08	539,60	<b>24,08</b>	539,60	<b>24,08</b>	539,60
		1	29,80	1,60	29,80	1,60	29,80	1,60	28,00	848,00	<b>28,00</b>	848,00	<b>28,00</b>	848,00
		0,2	28,36	7,60	27,36	9,60	26,52	11,40	24,12	21,20	<b>24,12</b>	23,20	<b>24,12</b>	25,00
	6	0,5	71,10	7,80	68,40	9,80	66,60	11,40	60,30	19,80	<b>60,30</b>	21,80	<b>60,30</b>	23,80
		0,8	113,28	7,80	108,32	9,80	106,64	11,80	96,44	26,20	<b>78,52</b>	28,60	<b>78,52</b>	30,00
	6	1	117,40	8,00	117,40	10,00	117,40	12,00	119,20	12,40	<b>119,20</b>	14,40	<b>119,20</b>	16,40
		0,2	28,44	7,80	27,56	9,80	27,12	11,60	24,56	34,00	<b>24,56</b>	36,40	<b>24,56</b>	38,00
	12	0,5	71,00	8,00	69,00	10,00	68,00	11,60	61,50	38,00	<b>49,70</b>	40,00	<b>49,70</b>	41,80
		0,8	114,88	8,00	110,08	10,00	107,76	12,00	98,04	40,80	<b>40,64</b>	43,00	<b>40,64</b>	44,00
		1	119,60	8,20	119,60	10,20	119,60	12,20	120,80	13,40	<b>95,40</b>	15,40	<b>95,40</b>	17,20
	<hr/>													
	6	0,2	14,40	1,80	13,04	2,00	13,00	1,80	12,96	775,60	<b>12,96</b>	776,40	<b>12,96</b>	775,60
		0,5	36,40	1,60	32,50	1,80	32,40	1,60	32,30	349,60	<b>32,30</b>	352,40	<b>32,30</b>	349,60
		0,8	57,60	1,20	52,20	1,80	51,84	1,20	51,20	834,80	51,12	843,00	<b>51,08</b>	834,80
		1	64,00	1,80	62,40	2,00	62,40	1,80	62,40	604,80	<b>62,40</b>	604,80	<b>62,40</b>	604,80
	2	0,2	8,40	1,00	7,36	1,40	7,36	1,00	7,00	43,40	<b>7,00</b>	43,60	<b>7,00</b>	43,40
		0,5	21,30	1,00	18,60	1,00	18,50	1,00	17,20	62,00	<b>17,20</b>	62,20	<b>17,20</b>	62,00
		0,8	33,12	1,00	28,84	1,40	28,24	1,00	26,96	102,80	<b>26,96</b>	103,80	<b>26,96</b>	102,80
		1	36,00	1,00	33,40	1,00	33,40	1,00	32,00	56,80	<b>32,00</b>	56,80	<b>32,00</b>	56,80
	6	0,2	21,36	3,00	19,88	3,00	19,64	3,20	19,04	387,00	<b>19,04</b>	387,00	<b>19,04</b>	387,60
		0,5	52,90	3,00	49,60	3,00	49,00	3,00	47,60	870,20	<b>47,60</b>	871,60	<b>47,60</b>	871,20
		0,8	86,88	3,00	79,16	3,20	78,24	3,20	75,76	985,60	<b>75,76</b>	986,60	<b>75,76</b>	986,00
		1	93,20	3,00	93,00	3,00	93,00	3,00	92,80	367,40	<b>75,40</b>	367,60	<b>75,40</b>	368,20
50	3	0,2	10,80	2,00	10,20	2,00	10,04	2,00	9,60	1328,60	<b>9,60</b>	1328,60	<b>9,60</b>	1328,60
		0,5	26,80	2,00	25,90	2,00	25,20	2,00	23,80	1341,00	<b>23,80</b>	1341,20	<b>23,80</b>	1341,00
		0,8	43,20	2,00	41,12	2,00	40,56	2,00	37,48	1458,60	<b>37,48</b>	1458,60	<b>37,48</b>	1458,60
		1	45,40	2,00	45,40	2,00	45,40	2,00	45,40	794,00	<b>45,40</b>	794,00	<b>45,40</b>	794,00
	6	0,2	44,44	12,40	43,28	15,40	42,44	18,40	39,76	66,60	<b>31,88</b>	70,40	<b>31,88</b>	72,40
		0,5	111,50	12,00	107,80	15,00	105,80	18,00	99,20	68,40	<b>99,20</b>	73,00	<b>99,20</b>	74,40
		0,8	181,28	12,20	172,40	15,20	169,40	18,20	158,28	52,40	<b>158,40</b>	56,60	<b>158,40</b>	58,60
		1	191,40	13,00	191,40	16,40	191,40	19,00	194,80	30,40	<b>195,00</b>	34,20	<b>195,00</b>	37,40
	6	0,2	23,12	6,80	22,28	8,80	21,60	9,80	19,80	1401,00	<b>19,80</b>	1403,00	<b>19,80</b>	1404,00
		0,5	57,70	6,40	56,00	8,40	54,80	9,40	49,70	2250,80	<b>29,50</b>	2252,60	<b>29,50</b>	2253,40
		0,8	91,84	7,00	89,44	9,00	86,72	10,00	78,04	1931,80	<b>78,20</b>	1933,80	<b>78,20</b>	1934,80
		1	95,60	7,00	95,20	9,00	95,20	10,00	95,60	1065,80	<b>57,80</b>	1067,60	<b>57,80</b>	1068,60
	<hr/>													
	Média		39,95	3,10	38,18	3,70	37,76	4,14	36,05	332,01	35,97	332,87	36,04	333,08
	Média $\bar{S}$		36,53	3,22	34,98	3,87	34,58	4,46	32,85	61,20	32,80	61,95	32,84	62,48
	Média $\bar{S}$		46,55	2,87	44,35	3,37	43,89	3,52	42,23	853,80	42,08	854,87	42,21	854,49

FONTE: O Autor (2021).

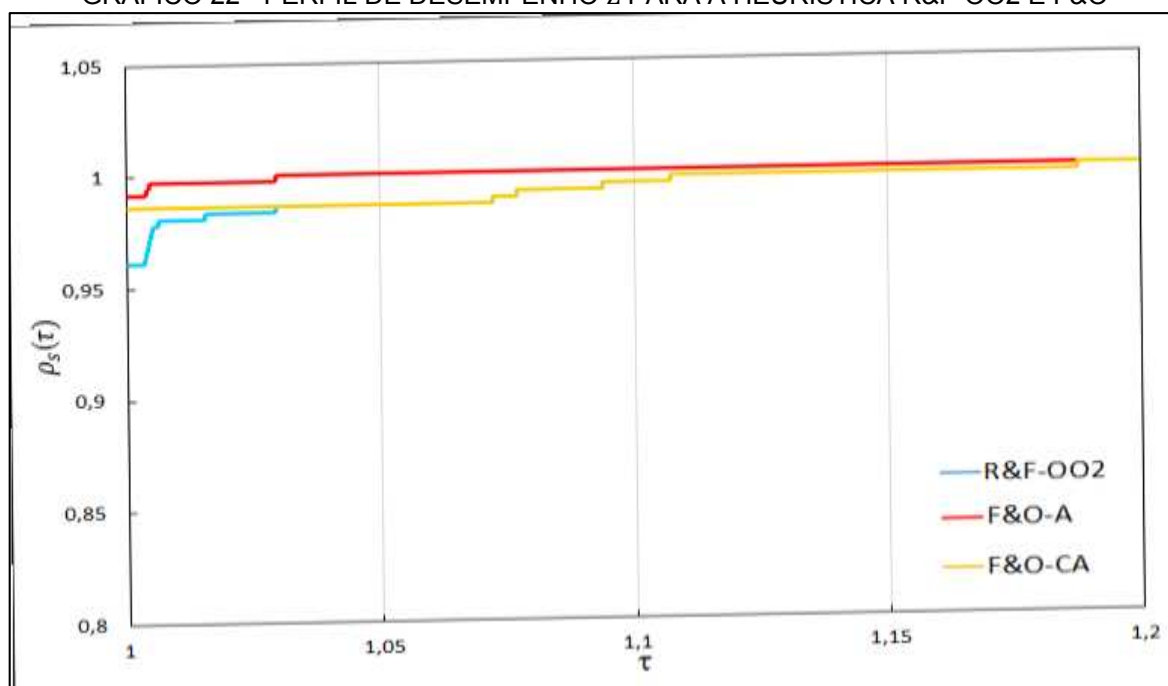
GRÁFICO 21 - PERFIL DE DESEMPENHO Z PARA A HEURÍSTICA R&amp;F-F E F&amp;O



FONTE: O Autor (2021).

O GRÁFICO 22 contém os perfis de desempenho das combinações R&F-OO2 e F&O. Destaca-se que ambas as combinações, R&F-OO2/F&O-A e R&F-OO2/F&O-CA, produziram resultados melhores que aplicação apenas em relação a R&F-OO2, uma vez que ambas as curvas dominam a curva da R&F-OO2. A combinação R&F-OO2/F&O-A apresenta melhor desempenho em 99,17% das instâncias ( $\tau = 1$ ) e melhoria média de 3,54% por problema. Além disso, apresentou melhor convergência  $\rho_s(\tau) = 1$  para  $\tau = 1,03$ . Nota-se que a diferença entre as duas combinações são pequenas, uma vez que a combinação R&F-OO2/F&O-CA obteve o melhor desempenho em 98,61% das instâncias ( $\tau = 1$ ) e melhoria média de 3,55%. Sua convergência foi mais lenta,  $\rho_s(\tau) = 1$  para  $\tau = 1,18$  e, em relação ao tempo de processamento, as combinações R&F-OO2/F&O-A e R&F-OO2/F&O-CA obtiveram um tempo médio por instância de 0,86s e 1,08s, respectivamente.

GRÁFICO 22 - PERFIL DE DESEMPENHO Z PARA A HEURÍSTICA R&amp;F-OO2 E F&amp;O



FONTE: O Autor (2021).

## 6 CONCLUSÕES

O mercado atual exige constante atenção das empresas em seus processos produtivos e de gerenciamento. Este último, responsável por administrar as demandas dos clientes e recursos disponíveis. Nesse sentido, ocorre uma transição da logística orientada a recursos para a logística orientada à demanda. Transição que é gerada pelo aumento da concorrência e pela necessidade de aperfeiçoar o atendimento aos clientes. Nessa conjunção, os problemas de agendamento de serviços desempenham um papel importante na maioria dos processos de produção, nos sistemas de transportes, nos sistemas administrativos, nos ambientes de produção e nos sistemas de computadores.

Esse trabalho dedicou-se em uma categoria particular de problemas de agendamento, os Problemas de Agendamento de Serviços Multiperíodo (PASM). Essa categoria de problemas modela uma variedade de aplicações, desde o agendamento de entregas até a execução de serviços de telecomunicação. O planejamento dessas atividades exige a determinação dos períodos em que esses serviços devem ocorrer, ou seja, o agendamento. Problemas de agendamento de serviços multiperíodo envolvem a atribuição de um conjunto de operadores para atender um conjunto de clientes que possuem um número finito de serviços periódicos a serem atendidos, dentro de um horizonte de planejamento. Os operadores possuem capacidades iguais e a execução de um serviço não excede um horizonte de tempo. O objetivo é determinar uma agenda de serviço que minimize o número de operadores.

A partir do trabalho seminal de Núñez-del-Toro (2015) foram desenvolvidas duas novas formulações com múltiplos serviços (PAMSM), as quais incrementam restrições operacionais reais aos modelos PASM propostos na literatura. Uma formulação é baseada em política de serviço periódico e outra em política de serviço aperiódico. O agendamento de vários serviços é mais complexo em comparação ao agendamento de um único serviço, uma vez que a resolução de um PAMSM equivale a resolução de múltiplos PASM.

Para obtenção de soluções para os modelos propostos desenvolveu-se métodos heurísticos baseados nas características e formulações matemáticas propostas, abordou-se as heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*. Ambas as heurísticas são baseadas na decomposição do problema original em subproblemas

menores. Enquanto nas estratégias R&F utiliza-se relaxação, as estratégias F&O utilizam a fixação de um conjunto de variáveis dadas por uma solução inicial, neste trabalho fornecida pela estratégia R&F. Um dos fatores que influenciam no desempenho das heurísticas R&F e F&O é a escolha das partições das variáveis do modelo. Foram propostas duas formas de decomposição para cada uma das heurísticas: decomposição em períodos e operadores para R&F; decomposição em clientes e atividades para F&O. Desta forma, gerou-se, ao todo, 11 estratégias distintas. Para avaliar os modelos e o desempenho das 11 estratégias foram gerados um conjunto de 450 instâncias.

Para o modelo PAMSM com serviço periódico foi desenvolvido duas formulações, uma baseada em clientes – P-PAMSM e outra baseada em classes de clientes – P-PAMSM<sup>c</sup>. Em geral, a formulação P-PAMSM<sup>c</sup> apresenta desempenho superior a P-PAMSM. A formulação em classes determinou 10% a mais de soluções ótimas e tempos de processamento inferiores ao modelo P-PAMSM. Independentemente do tipo de instância, a formulação P-PAMSM<sup>c</sup> apresenta melhor desempenho, principalmente em conjuntos de instâncias de grande porte ( $I = 50$ ). Para esses conjuntos, o modelo P-PAMSM<sup>c</sup> obteve *gap* médio de 8,85%, enquanto o modelo P-PAMSM apresentou *gap* médio de 61,79%.

Para os modelos PAMSM com serviço aperiódico foram propostas duas formulações: uma baseada em clientes (A-PAMSM) e outra baseada em classes de clientes (A-PAMSM<sup>c</sup>). Os resultados computacionais indicam que a formulação A-PAMSM<sup>c</sup> obtém desempenho significativamente superior a A-PAMSM. A formulação em classes determinou 41,84% a mais de soluções ótimas e tempo de processamento 49,6% mais rápido que a formulação A-PAMSM. Destaca-se que A-PAMSM não foi capaz de determinar solução ótima para 100% das instâncias de pequeno porte ( $I = 10$ ). A complexidade na resolução dos problemas propostos para os modelos A-PAMSM e A-PAMSM<sup>c</sup> não está ligada apenas à capacidade dos operadores, número de atividades e clientes, mas também relacionada ao parâmetro  $\beta$ . Quanto maior for o valor de  $\beta$  mais difícil é obter soluções ótimas, principalmente para instâncias com  $I \geq 30$ .

Experimentos computacionais mostram que a aplicação das estratégias R&F combinadas com estratégias F&O é competitiva em relação a abordagem exata limitada em 3600s, principalmente no que se refere ao tempo de processamento. Além

disso, para muitas das instâncias a abordagem exata é encerrada por atingir o tempo limite sem fornecer uma solução ótima, apresentando *Gap* elevados, sobretudo nos problemas maiores testados.

Para o modelo P-PAMSM a combinação R&F-F/F&O-A apresenta melhores desempenhos, uma vez que a R&F-F foi a única estratégia a determinar uma solução factível para as 100% das instâncias. Para o modelo P-PAMSM<sup>c</sup> o número de problemas que resultaram em infactibilidade foi menor. Apenas uma instância para a estratégia R&F-OO2 era infactível, possibilitando aplicar a heurística F&O nas estratégias R&F-F e R&F-OO2. A abordagem R&F-OO2/F&O-A atingiu os melhores resultados em relação às demais combinações propostas para o modelo P-PAMSM<sup>c</sup>. Obtendo desempenho 9,63% melhor que a R&F-F/F&O-A, 8,64% que a R&F-F/F&O-CA e 0,017% em relação a R&F-OO2/F&O-CA.

Estratégias R&F aplicadas na formulação A-PAMSM apresentaram elevado número de problemas infactíveis. A estratégia R&F-OF apresentou o maior número de problemas infactíveis, 33,61%. Já as estratégias R&F-OO e R&F-OO2 obtiveram 23,33% e 14,55% de infactibilidade, respectivamente. A combinação R&F-F/F&O-CO apresentou o melhor desempenho em relação as demais, melhoria média de aproximadamente 3,62% por instância. Já o desempenho mais baixo é obtido pela estratégia R&F-C, em média 2,8% por problema. Ao aplicar estratégias R&F na formulação A-PAMSM<sup>c</sup> apenas as heurísticas R&F-OF e R&F-OO apresentaram infactibilidade (1,11%). Para este modelo a combinação R&F-OO2/F&O-A obteve melhor desempenho em 99,17% das instâncias e melhoria média de 3,54% por problema. Além disso, seu perfil de desempenho apresentou melhor convergência em relação às demais combinações.

Como pesquisas sobre PASM são ainda embrionárias e muito recentes, existe uma série de combinações de características ainda não estudadas e/ou exploradas, as quais geram diversas oportunidades de pesquisas a partir deste trabalho. Destaca-se:

- Abordar outras formas de frequência. Por exemplo uma frequência dinâmica. Esse tipo de frequência relaciona a demanda e o período de atendimento, isto é, quanto mais tempo um serviço demora para ser atendido maior é sua demanda ou a importância de atendimento dessa demanda;



- Considerar demandas estocásticas, demandas que podem ser alteradas ao longo do horizonte de planejamento, na prática diversas aplicações possuem essa característica;
- Considerar cenários colaborativos, quando duas ou mais empresas compartilham recursos para atender um conjunto de clientes. Para esse cenário, restrições de limitação e equilíbrio podem ser inseridas no modelo;
- Novos modelos podem ser estruturados considerando outras variáveis de decisão. Por exemplo, considerar a possibilidade de atraso no atendimento de um serviço. Assim, surgem outras possibilidades de objetivos, como minimizar o número de serviços atrasados;
- Tendo em vista que é uma classe nova de problemas, existe ampla abertura para aplicação de diversas técnicas de Pesquisa Operacional na tentativa de alcançar resultados melhores.

## REFERÊNCIAS

BAENA, D.; CASTRO, J.; GONZÁLEZ, J. A. Fix-and-relax approaches for controlled tabular adjustment. **Computers & Operations Research**, v. 58, p. 41-52, 2015. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054815000039>>. Acesso em: 22 junho 2021.

BATISTA, G. V. **Proposta de um Modelo Matemático para o Problema de Roteamento em Arcos Capacitado e Periódico**. 95 f. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014. Disponível em: <<https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/35767>>. Acesso em: 22 junho 2021.

BATISTA, G. V.; SCARPIN, C. T. Problema de Roteamento em Arcos Capacitado e Periódico Aplicado a um Contexto Real. **Revista Produção Online**, Florianópolis, Vol. 15, n. 3, p. 1080-1098, jul./set. 2015. Disponível em: <<https://producaoonline.org.br/rpo/article/view/1962>>. Acesso em: 22 junho 2021.

BATISTA, G. V. **Iterative Restricted Search Space Aplicado ao Problema de Roteamento em Arcos Capacitados e Periódico com Movimento Contínuos**. 91 f. Tese (Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2018. Disponível em: <<https://www.prppg.ufpr.br/signa/visitante/trabalhoConclusaoWS?idpessoal=10982&idprograma=40001016030P0&anobase=2018&idtc=1358>>. Acesso em: 22 junho 2021.

BAR-NOY, A.; LADNER, R. E. Windows scheduling problems for broadcast systems. **SIAM Journal on Computing**, v. 32, p. 1091 - 1113, 2003. Disponível em: <<https://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/S009753970240447X?journalCode=smjcat>>. Acesso em: 03 julho 2019.

BAR-NOY, A.; LADNER, R. E. ; TAMIR, T.; VAN DE GRIFT, T. Windows scheduling of arbitrary-length jobs on multiple machines. **Journal of Scheduling**, v. 15, p.141 - 155, 2012. Disponível em: < <https://www.springerprofessional.de/en/windows-scheduling-of-arbitrary-length-jobs-on-multiple-machines/11735306>>. Acesso em: 22 junho 2021.

BELVAUX, G.; WOLSEY, L. A. bc-prod: A specialized Branch-and-Cut system for lot-sizing problems. **Management Science**, v. 46, n.5, p. 724-738, 2000. Disponível em: <<https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/mnsc.46.5.724.12048?journalCode=mnsc>>. Acesso em: 22 junho 2021.

BENDER, M.; MEYER, A.; KALCSICS, J.; NICKEL, S. The multi-period service territory design problem – An introduction, a model and a heuristic approach. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 96, p. 135 – 157, 2016. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1366554516302708>>. Acesso em: 22 junho 2021.

BENDER, M.; KALCSICS, J.; NICKEL, S.; POULS, M. Branch-and-Price Algorithm for the Scheduling of Customer Visits in the Context of Multi-Period Service Territory

Design. **European Journal of Operational Research**, v. 269, p. 383 – 396, 2018.

Disponível em:

<<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221718300833>>.

Acesso em: 22 junho 2021.

BILLAUT, J. C.; MOUKRIM, A.; SANLAVILLE, E. **Flexibility and Robustness in Scheduling**. John Wiley & Sons, 2013.

CHEN, H. Fix-and-optimize and variable neighborhood search approaches for multi-level capacitated lot sizing problems. **Omega**, v. 56, p. 25-36, 2015. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305048315000432>>. Acesso em: 22 junho 2021.

CHEN, Y.; HAO, J. K. Two phased hybrid local search for the periodic capacitated arc routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 264, n. 1, p. 55–65, 2018. Disponível em: <

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221717305647> >. Acesso em: 22 junho 2021.

CHENG, C.; YING, K.; Li, S. HSIEH, Y. Minimizing makespan in mixed no-wait flowshop with sequence-dependent setup times. **Computers & Industrial Engineering**, n. 130, p. 338-347, 2019. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0360835219301287> >. Acesso em: 22 junho 2021.

CHU, F.; LABADI, N.; PRINS, C. The periodic capacitated arc routing problem linear programming model, metaheuristic and lower bounds. **Journal of Systems Science and Systems Engineering**, v. 13, n. 4, p. 423–435, 2004. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s11518-006-0174-y>>. Acesso em: 22 junho 2021.

CHU, F.; LABADI, N.; PRINS, C. Heuristics for the periodic capacitated arc routing problem. **Journal of Intelligent Manufacturing**, v. 16, n. 2, p. 243–251, 2005. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s10845-004-5892-8>>. Acesso em: 22 junho 2021.

CHU, F.; LABADI, N.; PRINS, C. A Scatter Search for the periodic capacitated arc routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 169, p. 586–605, 2006. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221704005569> >. Acesso em: 22 junho 2021.

CHUNG, T.; GUPTA, J. N. D.; ZHAO, H.; WERNER, F. Minimizing the makespan on two identical parallel machines with mold constraints. **Computers & Operations Research**, 2019. No prelo. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054819300139>>. Acesso em: 22 junho 2021.

CUNHA, A. L. **Métodos heurísticos para um problema de planejamento da produção em uma indústria química**. 109 f. Dissertação (Mestrado em Ciências). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em:

<<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-17102013-160541/en.php>>. Acesso em: 22 junho 2021.

DILLENBERGER, C.; ESCUDERO, L. F.; WU ZHANG, A. W. On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups. **European Journal of Operational Research**, v. 75, p. 275-286, 1994. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0377221794900744>>. Acesso em: 22 junho 2021.

DOLAN, E. D.; MORE, J. J. Benchmarking optimization software with performance profiles. **Math. Program**, Ser. A91, p. 201 – 213, 2002. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s101070100263>>. Acesso em: 22 junho 2021.

DORNALES, A. P.; ARAÚJO, O. C. B.; BURIOL, L. S. A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem. **Computers & Operations Research**, v. 52, p. 29-38, 2014. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054814001816>>. Acesso em: 22 junho 2021.

DRWAL M. Robust scheduling to minimize the weighted number of late jobs interval due-data uncertainty. **Computers & Operations Research**, 2018. No prelo. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054817302757>>. Acesso em: 22 junho 2021.

ESCUDEIRO, L. F.; SALMERON, J. On a fix-and-relax framework for a class of project scheduling problems. **Operations Research**, n. 140, p. 163-188, 2005. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s10479-005-3970-8>>. Acesso em: 22 junho 2021.

FERNÁNDEZ, E.; KALCSICS, J.; NICKEL, S.; RÍOS-MERCADO, R. Z. A novel maximum dispersion territory design model arising in the implementation of the WEEE-Directive. **Journal of the Operational Research Society**, v. 61, n. 3, p. 503-514, 2010. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1057/jors.2009.70>>. Acesso em: 22 junho 2021.

FERNÁNDEZ, E.; KALCSICS, J.; NÚÑEZ-DEL-TORO, C. A branch-and-price Algorithm for the Aperiodic Multi-Period Service Scheduling Problem. **European Journal of Operational Research**, v. 263, p. 805-814, 2017. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S037722171730526X>>. Acesso em: 22 junho 2021.

FEDERGRUEN, A.; MEISSNER, J.; TZUR, M. Progressive interval heuristics for multi-item capacitated lot sizing problems. **Operations Research**, v. 55, n. 3, 2007. Disponível em: <<https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.1070.0392>>. Acesso em: 22 junho 2021.

FERREIRA, D. **Abordagens para o problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção**. 253 f. Tese (Doutorado em Engenharia da

Produção). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/3305>>. Acesso em: 22 junho 2021.

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. **Computers & Operations Research**, v. 37, n. 4, p. 684-691, 2010. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054809001695>>. Acesso em: 22 junho 2021.

GHIANI, G.; MUSMANNO, R.; PALETTA, G.; TRIKI, C. A heuristic for the periodic rural postman problem. **Computers & Operations Research**, v. 32, n. 2, p. 219–228, 2005. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054803002132>>. Acesso em: 22 junho 2021.

GOLDBARG, M. C. **Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GRUNOW, M.; GOBBI, C. Designing the reverse network for WEEE in Denmark. **CIRP Annals – Manufacturing Technology**, v. 58, p. 391-394, 2009. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850609001061>>. Acesso em: 22 junho 2021.

HELBER, S.; SAHLING, F. Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic. **Int. J. Production Economics**, v. 123, p. 246-256, 2010. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054808002104>>. Acesso em: 22 junho 2021.

HUA, K. A., & SHEU, S. An efficient periodic broadcast technique for digital video libraries. **Multimedia Tools and Applications**, v. 10, p. 157–177, 2000. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/313992485\\_An\\_Efficient\\_Periodic\\_Broadcast\\_Technique\\_for\\_Digital\\_Video\\_Libraries](https://www.researchgate.net/publication/313992485_An_Efficient_Periodic_Broadcast_Technique_for_Digital_Video_Libraries)>. Acesso em: 22 junho 2021.

HUANG, S. H.; LIN, T. H. Using Ant Colony Optimization to solve Periodic Arc Routing Problem with Refill Points. **Journal of Industrial and Production Engineering**, v. 31, n. 7, p. 441-451, 2014. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/21681015.2014.980444>>. Acesso em: 22 junho 2021.

KANSOU, A.; YASSINE, A. Ant Colony System for the Periodic Capacitated Arc Routing Problem. **International Network Optimization Conference**. Anais...p.1–7, 2009. Disponível em: <<https://www.semanticscholar.org/paper/Ant-Colony-System-for-the-Periodic-Capacitated-Arc-Kansou-Yassine/fa81e45d25d4e04bf333ffd4f1adde898a100275>>. Acesso em: 22 junho 2021.

KHURANA, K.; BAGGA, P.C. Scheduling of job-block with deadline in n X 2 flowshop problem with separated setup times. **Indian Journal of Pure Applied Mathematics**, 16, 213-224, 1985. Disponível em:

<[https://www.insa.nic.in/writereaddata/UploadedFiles/IJPAM/20005a69\\_213.pdf](https://www.insa.nic.in/writereaddata/UploadedFiles/IJPAM/20005a69_213.pdf)>.  
Acesso em: 22 junho 2021.

KOLEN, A. W. J.; KROON, L. G. On the computational complexity of (maximum) class scheduling. **European Journal of Operational Research**, v. 54, p. 23 – 38, 1991. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/037722179190320U>>. Acesso em: 22 junho 2021.

KOLEN, A. W. J.; KROON, L. G. On the computational complexity of (maximum) shift scheduling. **European Journal of Operational Research**, v. 64, p. 138 – 152, 1993. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/037722179390014E>>. Acesso em: 22 junho 2021.

KOLEN, A. W. J.; KROON, L. G. An analysis of shift class design problems. **European Journal of Operational Research**, v. 79, p. 471 – 430, 1994. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0377221794900566>>. Acesso em: 22 junho 2021.

KOLEN, A. W.; LENSTRA, J. K.; PAPADIMITRIOU, C. H; SPIEKSMAN, F. C. R. Interval scheduling: A survey. **Naval Research Logistics**, v. 54, p. 530-543, 2007. Disponível em: <>. Acesso em: 03 julho 2019. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nav.20231>>. Acesso em: 22 junho 2021.

KOULAMAS, C. The Total Tardiness Problem: Review and Extensions. **Operations Research**, v. 42, n. 6, p. 1025-1041, 1994. Disponível em: <<https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.42.6.1025>>. Acesso em: 22 junho 2021.

KOVALYOV, M. Y.; NG C.T.; CHENG, T. C. E. Fixed interval scheduling: Models, applications, computational complexity and algorithms. **European Journal of Operational Research**, v.178, 331 \_ 342, 2007. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221706003559>>. Acesso em: 22 junho 2021.

LACOMME, P.; PRINS, C.; RAMDANE-CHÉRIF, W. General arc routing problems solved by a cutting plane algorithm and a genetic algorithm. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 35, p. 493-498, 2002 a. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667015399717>>. Acesso em: 22 junho 2021.

LACOMME, P.; PRINS, C.; RAMDANE-CHÉRIF, W. **Planning Problems in Arc Routing**. In: F. U.-E. de Valencia (Ed.); Actes de PMS 2002 (EURO Working Group on Project Management and Scheduling). Anais... p.232–235, 2002b.

LEUNG, J Y-T. **Handbook of Scheduling: Algorithms, Models and Performance Analysis**. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2004

LI, K.; YANG, S-L. Non-identical parallel-machine scheduling research with minimizing total weighted completion times: Models, relaxations and algorithms. **Applied**

**Mathematical Modelling**, v. 33, n. 4, p. 2145-2158, 2009. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X08001364> >. Acesso em: 22 junho 2021.

MACCARTHY, B.L.; LIU, J.Y. Addressing the gap in scheduling research: a review of optimization and heuristic methods in production scheduling. **International Journal of Production Research**, v. 31, n. 1, p. 59-79, 1993. Disponível em: < [https://www.researchgate.net/publication/243779883\\_Addressing\\_the\\_gap\\_in\\_scheduling\\_research\\_a\\_review\\_of\\_optimization\\_and\\_heuristic\\_methods\\_in\\_production\\_scheduling](https://www.researchgate.net/publication/243779883_Addressing_the_gap_in_scheduling_research_a_review_of_optimization_and_heuristic_methods_in_production_scheduling) >. Acesso em: 22 junho 2021.

MAHMOUDZADEH, H.; SHALAMZARI, A. M.; ABOUEE-MEHRIZI, H. Robust multi-class multi-period patient scheduling with wait time targets. **Operations Research for Health Care**, v. 25, 2020. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S2211692320300345>>. Acesso em: 22 junho 2021.

MARCELINO, P. Afinal, o que é terceirização? Em busca de ferramentas de análise e de ação política. **Pegada**, v. 8, n. 2, p. 55 – 71, 2007. Disponível em: < <http://revista.fct.unesp.br/index.php/pegada/article/view/1640/0> >. Acesso em: 22 junho 2021.

MEI, Y.; TANG, K.; YAO, X. A memetic algorithm for periodic capacitated arc routing problem. **IEEE Transactions on Systems, Man, And Cybernetics| PART B: Cybernetics**, v. 41, n. 6, p. 1654–1667, 2011. Disponível em: < <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/5954191> >. Acesso em: 22 junho 2021.

MERCÉ, C.; FONTAN, G. MIP-based heuristics for capacitated lotsizing problems. **Int. J. Production Economics**, v. 85, p. 97-111, 2003. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527303000902> >. Acesso em: 22 junho 2021.

MOCCELLIN, J. V.; NAGANO, M. S. Uma propriedade estrutural do problema de programação da produção flow shop permutacional com tempos de setup. **Pesquisa Operacional**, v. 27, n. 3, p. 487-515, 2007. Disponível em: < [http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0101-74382007000300005&script=sci\\_abstract&lng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0101-74382007000300005&script=sci_abstract&lng=pt) >. Acesso em: 22 junho 2021.

MONROY, I. M.; AMAYA, C. A.; LANGEVIN, A. The periodic capacitated arc routing problem with irregular services. **Discrete Applied Mathematics**, v. 161, p. 691–701, 2013. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0166218X11002083> >. Acesso em: 22 junho 2021.

MORENO, A.; ALEM, D.; FERREIRA, D. Heuristic approaches for the multiperiod location-transportation problem with reuse of vehicles in emergency logistics. **Computers & Operations Research**, v. 69, p. 79-96, 2016. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054815002828> >. Acesso em: 22 junho 2021.

NOOR-E-ALAM, MD.; DOUCETTE, J. Relax-and-fix decomposition technique for solving large scale grid-based location problems. **Computers & Industrial Engineering**, v. 63, p. 1062-1073, 2012. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0360835212001702> >. Acesso em: 22 junho 2021.

NÚÑEZ-DEL-TORO, C. **Scheduling Polices for Multi-Period Services**. 108 f. Tese (PhD). Universitat Politècnica de Catalunya, 2015. Disponível em: < <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/384932/TCNdT1de1.pdf?sequence=1> >. Acesso em: 22 junho 2021.

NÚÑEZ-DEL-TORO, C.; FERNÁNDEZ, E.; KALCSICS, J.; Nickel, S. Scheduling policies for multi-period services. **European Journal of Operational Research**, v. 251, p. 751-770, 2016. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221715011108> >. Acesso em: 22 junho 2021.

OLIVEIRA, B. B.; CARRAVILLA, M. A.; OLIVEIRA, J. F.; TOLEDO, F. M.B. A relax and-fix-based algorithm for the vehicle-reservation assignment problem in a car rental company. **European Journal of Operational Research**, v237, p. 729-737, 2014. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221714001337> >. Acesso em: 22 junho 2021.

OLIVEIRA, L.; SOUZA, CID. C.; YUNES, T. Improved bounds for the traveling umpire problem: A stronger formulation and a relax-and-fix heuristic. **European Journal of Operational Research**, v. 236, p. 592-600, 2014. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221713010035> >. Acesso em: 22 junho 2021.

OLIVEIRA, J. D.; SCARPIN, C. T. **Estratégia Relax-and-fix na solução de um problema de roteamento periódico em arcos capacitados (PCARP)**. In: TRISTÃO, H. M. (Org.). Tópicos em Gestão da Produção. Belo Horizonte: Poisson, v.4, p. 210-219, 2017. Disponível em: < <https://www.poisson.com.br/livros/producao/volume4/> >. Acesso em: 22 junho 2021.

OLIVEIRA, J. D.; SCARPIN, C. T. A Relax-and-Fix Decomposition Strategy Based on Adjacent Nodes Applied to the Periodic Capacitated Arc Routing Problem (PCARP). **IEEE Lat. Am. Trans.**, vol. 18, no. 3, pp. 573–580, 2020. Disponível em:< <https://latamt.ieee9.org/index.php/transactions/article/view/914>>. Acesso em: 22 junho 2021.

OLIVEIRA, J. D.; SCARPIN, C. T. Multi-Period Service Scheduling Problems: A new Model and Heuristic Approaches of Relax-and-Fix and Fix-and-Optimize. **IEEE Lat. Am. Trans.**, vol. 19, no. 9, pp. 1528-1536, 2021. Disponível em:< <https://latamt.ieee9.org/index.php/transactions/article/view/4885>>. Acesso em 22 junho 2021.

PINEDO, M. **Scheduling: Theory, Algorithms and Systems**. 4. ed. New York: Springer, 2012. Disponível em: < <https://www.springer.com/gp/book/9781489990433> >. Acesso em: 22 junho 2021.



POCHET, Y. WOLSEY, L. A. Production Planning by Mixed Integer Programming. **Science Business Media**, Inc, New York, Springer, 2006. Disponível em: < <https://www.springer.com/gp/book/9780387299594> >. Acesso em: 22 junho 2021.

POLACEK, M.; DOERNER, K. F.; HARTL, R.; KIECHLE, G.; REIMANN, M. Scheduling periodic customer visits for a traveling salesperson. **European Journal of Operational Research**, v. 179, p. 823 – 837, 2007. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221705007472>>. Acesso em: 22 junho 2021.

RAMAZANI, R.; SEDAGHT, Y.; NAGHIBZADEH, M.; CLEMENTE, J. A decomposition-based reliability and makespan optimization technique for hardware task graphs. **Reliability Engineering and System Safety**, n.180, p.13-24, 2018. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0951832018301182> >. Acesso em: 22 junho 2021.

REKLAITIS, G. V. Overview of Scheduling and Planning of Batch Process Operations. **Springers**, Berlin, 1996. Disponível em: <[https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-60972-5\\_27](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-60972-5_27)>. Acesso em: 22 junho 2021.

REZA HEJAZI, S.; SAGHAFIAN S. Flowshop-scheduling problems with makespan criterion: a review. **International Journal of Production Research**, v. 43, n. 14, p. 2895-2929, 2005. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020754050056417> >. Acesso em: 22 junho 2021.

RIECK, J.; EHRENBURG, C.; ZIMMERMANN, J. Many-to-many-outing with inter-hub transport and multi-commodity pickup-and-delivery. **European journal of Operational Research**, 2014, no prelo. Disponível em: < <https://ideas.repec.org/a/eee/ejores/v236y2014i3p863-878.html> >. Acesso em: 22 junho 2021.

RIQUELME-RODRÍGUEZ, J. P.; LANGEVIN, A.; GAMACHE, M. Adaptive Large Neighborhood Search for the Periodic Capacitated Arc Routing Problem with Inventory Constraints. **Network**, v. 64, p. 125-139, 2014. Disponível em: < [https://www.researchgate.net/publication/265211324\\_Adaptive\\_Large\\_Neighborhood\\_Search\\_for\\_the\\_Periodic\\_Capacitated\\_Arc\\_Routing\\_Problem\\_with\\_Inventory\\_Constraints](https://www.researchgate.net/publication/265211324_Adaptive_Large_Neighborhood_Search_for_the_Periodic_Capacitated_Arc_Routing_Problem_with_Inventory_Constraints) >. Acesso em: 22 junho 2021.

RIQUELME-RODRÍGUEZ, J. P.; LANGEVIN, A.; GAMACHE, M. Location arc routing problem with inventory constraints. **Computers & Operations Research**, v. 76, p. 84-94, 2016. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054816301447> >. Acesso em: 22 junho 2021.

RÍOS MERCADO, R. Z.; FERNÁNDEZ, E. Diseñando sistemas territoriales em la recolección de aparatos eléctricos y electrónicos em desuso mediante optimización metaheurística. **Acta Universitaria**, v. 28, n. 3, 2018. Disponível em: < [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S0188-62662018000300017&script=sci\\_abstract](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S0188-62662018000300017&script=sci_abstract) >. Acesso em: 22 junho 2021.

ROCA-RIU, M.; FERNÁNDEZ, E.; SPERANZA, M. G. Collaboration through shared-customers in last-mile urban delivery. **VeRolog Amsterdam**, p.143-143, 2017. Disponível em: < <https://www.research-collection.ethz.ch/handle/20.500.11850/196922> >. Acesso em: 22 junho 2021.

ROSHANI, A.; GIGLIO, D.; PAOLUCCI, M. A relax-and-fix heuristic approach for the capacitated dynamic lot sizing problem in integrated manufacturing/remanufacturing systems. **IFAC-PapersOnLine**, v. 50-1, p. 9008-9013, 2017. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896317321766> >. Acesso em: 22 junho 2021.

RUIZ-TORRES, A. J., CENTENO, G. Minimizing the number of late jobs for the permutation flowshop problem with secondary resources. **Computers & Operations Research**, v. 35, p. 1227-1249, 2008. Disponível em: < [https://www.researchgate.net/publication/222958216\\_Minimizing\\_the\\_number\\_of\\_late\\_jobs\\_for\\_the\\_permutation\\_flowshop\\_problem\\_with\\_secondary\\_resources](https://www.researchgate.net/publication/222958216_Minimizing_the_number_of_late_jobs_for_the_permutation_flowshop_problem_with_secondary_resources) >. Acesso em: 22 junho 2021.

RUSSELL, R; IAGO, W. An assignment routing problem. **Networks**, v.9, p. 1–17, 1979. Disponível em: < <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/net.3230090102> >. Acesso em: 22 junho 2021.

SAHLING, F.; BUSCHKUHL, L.; TEMPELMEIER, H.; HELBER, S. Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic. **Computers & Operations Research**, n.36, p. 2546-2553, 2009. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054808002104> >. Acesso em: 22 junho 2021.

SEEANNER, G.; ALMADA-LOBO, B.; MEYR, H. Combining the principles of variable neighborhood decomposition search and the fix-and-optimize heuristic to solve multi-level lot-sizing and scheduling problems. **Computers & Operations Research**, v. 40, p. 303-317, 2013. Disponível em: < [https://www.researchgate.net/publication/257153513\\_Combining\\_the\\_principles\\_of\\_variable\\_neighborhood\\_decomposition\\_search\\_and\\_the\\_fixoptimize\\_heuristic\\_to\\_solve\\_multi-level\\_lot-sizing\\_and\\_scheduling\\_problems](https://www.researchgate.net/publication/257153513_Combining_the_principles_of_variable_neighborhood_decomposition_search_and_the_fixoptimize_heuristic_to_solve_multi-level_lot-sizing_and_scheduling_problems) >. Acesso em: 22 junho 2021.

SHEN, H.; SHU, S.; QIN, H.; WU, Q. An exact algorithm for the multi-period inspector scheduling problem. **Computers & Industrial Engineering**, v. 145, 2020. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0360835220302497> >. Acesso em: 22 junho 2021.

SOARES, R.; MARQUES, A.; AMORIM, P.; RASINMAKI, J. Multiple vehicle synchronisation in a full truck-load pickup and delivery problem: a case-study in the biomass supply chain. **European Journal of Operational Research**, v. 277, p. 174-194, 2019. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221719301535> >. Acesso em: 22 junho 2021.

TIRKOLAEI, E. B.; MAHDAVI, I.; MEHDI SEYYED ESFAHANI, M. A robust periodic capacitated arc routing problem for urban waste collection considering drivers and

crew's working time. **Waste Management**, v. 76, p. 138–146, 2018. Disponível em: <>. Acesso em: 03 julho 2019. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0956053X18301570>>. Acesso em: 22 junho 2021.

TOLEDO, C. F. M.; ARANTES, M. D. S.; HOSSOMI, M. Y. B.; Lobo B. A. Mathematical-based approaches for multi-facility glass container production planning. **Computers & Operations Research**, 74, 92-107, 2016. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/298918097\\_Mathematical\\_programming-based\\_approaches\\_for\\_multi-facility\\_glass\\_container\\_production\\_planning](https://www.researchgate.net/publication/298918097_Mathematical_programming-based_approaches_for_multi-facility_glass_container_production_planning)>. Acesso em: 22 junho 2021.

ULBRICHT, G. **Um Modelo de Planejamento da Produção Multiestágio com Estoque Intermediário limitados**. 208 f. Tese (Doutorado em Métodos Numérico em Engenharia). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015. Disponível em: <<https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/41818>>. Acesso em: 22 junho 2021.

WANG, Y.; Li, Q.; GUAN, X.; XU, M.; LIU, Y.; WANG, H. Two-echelon collaborative multi-depot multi-period vehicle routing problem. **Expert Systems with Applications**, v. 167, n. 1, 2021. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0957417420309301>>. Acesso em: 22 junho 2021.

WOLSEY, L. A. Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization, Integer Programming. **John Wiley & Sons**, 1998.

WU, T.; SHI, L.; SONG, J. Na MIP-based interval heuristic for the capacitated multi-level lot sizing problem with setup times. **Annals of Operations Research**, v. 196, n. 1, p. 65-650, 2012. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s10479-011-1026-9>>. Acesso em: 22 junho 2021.

YOSHIDA, T.; HITOMI, K. (1979). Optimal two-stage production scheduling with setup times separated. **AIEE Transactions**, 11, 261-263. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/05695557908974469>>. Acesso em: 22 junho 2021.

ZHANG, Y.; MEI, Y.; TANG, K.; JIANG, K. Memetic algorithm with route decomposing for periodic capacitated arc routing problem. **Applied Soft Computing Journal**, p. 17–21, 2016. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494616304768>>. Acesso em: 22 junho 2021.